

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Рабочая программа по дисциплине

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль):

Физика

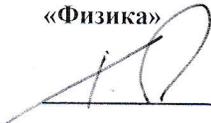
Квалификация:

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП
«Физика»


Бобровский А.П.

Утверждаю

Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением

Учебно-методического совета

19 июля 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

21 февраля 2018 г., протокол № 7
Зав. кафедрой  Матвеев Ю.Л.

Авторы-разработчики:


Егоров А.Д.


Герасименко Н.И.

Санкт-Петербург 2018

Составили:

Егоров А.Д. – профессор кафедры высшей математики и теоретической механики РГГМУ

Герасименко Н.И. – доцент кафедры высшей математики и теоретической механики РГГМУ

Рецензент:

Потапова И.А. – д-р физ.-мат. наук, доцент кафедры физики РГГМУ

© А.Д. Егоров, Н.И. Герасименко, 2018.

© РГГМУ, 2018.

1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины «Векторный и тензорный анализ» – научить студентов свободно владеть дифференциальными операциями теории поля, необходимыми при дальнейшем изучении теоретических курсов физики.

Основные задачи дисциплины:

- приобрести навыки работы с векторами и тензорами в различных системах координат;
- научиться вычислять криволинейные, поверхностные и объемные интегралы, используя формулы Гаусса-Остроградского, Грина и Стокса;
- научиться применять аппарат векторного и тензорного анализа в физических задачах;
- получить начальные сведения из дифференциальной геометрии.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» для направления подготовки 03.03.02 Физика относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

Параллельно с дисциплиной «Векторный и тензорный анализ» изучается дисциплина: «Математический анализ».

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» является базовой для освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование», «Электродинамика», «Механика сплошных сред», «Геофизическая гидродинамика».

ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

Компетентностная карта дисциплины

Код компетенции	Компетенция
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию

ОПК-2	способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей
-------	---

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и определения векторного и тензорного анализа;
- основные методы дисциплины «Векторный и тензорный анализ»;
- основные методы применения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» к решению практических задач;

Уметь:

- формулировать основные понятия векторного и тензорного анализа
- вычислять криволинейные, поверхностные и объемные интегралы, используя формулы Гаусса-Остроградского, Грина и Стокса;
- применять аппарат векторного и тензорного анализа в физических задачах;

Владеть:

- навыками работы с векторами и тензорами в различных системах координат;
- навыками применения аппарата векторного и тензорного анализа в физических задачах.

Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Этап (уровень) освоения компетенции	Основные признаки проявленности компетенции (дескрипторное описание уровня)				
	1.	2.	3.	4.	5.
минимальный	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не умеет	не выделяет основные идеи дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен показать основную идею в развитии дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен представить ключевую проблему в ее связи с другими процессами дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Может соотнести основные идеи с современными проблемами дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не знает	допускает грубые ошибки в дисциплине «Векторный и тензорный анализ»	Знает основные рабочие категории, однако не ориентируется в специфике дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Понимает специфику основных рабочих категорий дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен выделить характерный авторский подход дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
базовый	не владеет	плохо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Владеет приемами поиска и систематизации, но не способен свободно изложить материал дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Свободно излагает материал, однако не демонстрирует навыков сравнения основных идей и концепций дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен сравнивать концепции, аргументированно излагает материал дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит	Выделяет конкретную проблему, однако излишне упрощает ее в	Способен выделить и сравнить концепции, но испытывает сложности с	Аргументированно проводит сравнение концепций по

		проблем дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	рамках дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	их практической привязкой к дисциплине «Векторный и тензорный анализ»	заданной проблематике дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не знает	допускает много ошибок в рамках дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Может изложить основные рабочие категории дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Знает основные отличия концепций в заданной проблемной области дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен выделить специфику концепций в заданной проблемной области дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
продвинутый	не владеет	ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	В общих чертах понимает основную идею, однако плохо связывает ее с существующей проблематикой дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Видит источники современных проблем в заданной области анализа, владеет подходами к их решению в рамках дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен грамотно обосновать собственную позицию относительно решения современных проблем в заданной области дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит их в развитии дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Может понять практическое назначение основной идеи, но затрудняется выявить ее основания в рамках дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Выявляет основания заданной области анализа, понимает ее практическую ценность, однако испытывает затруднения в описании сложных объектов анализа дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Свободно ориентируется в заданной области анализа. Понимает ее основания и умеет выделить практическое значение заданной области дисциплины «Векторный и тензорный анализ»
	не знает	допускает ошибки при выделении рабочей области анализа дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Способен изложить основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Знает основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа, способен их сопоставить в рамках дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	Может дать критический анализ современным проблемам в заданной области анализа дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах 2015, 2016, 2017, 2018 гг. набора

Очная форма обучения

Объём дисциплины		Всего часов
		2015, 2016, 2017, 2018
Общая трудоемкость дисциплины		72
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:		36
в том числе:		
лекции		18
практические занятия		18
семинарские занятия		
Самостоятельная работа (СРС) – всего:		36
в том числе:		
курсовая работа		
контрольная работа		
Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)		Зачет

4.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.
			2015, 2016, 2017, 2018 г.г. набора				
			Лекции	Практич.	Самост. работа		
1	Векторный и тензорный анализ	3	18	18	36	зачет	22

	ИТОГО	72					
--	--------------	-----------	--	--	--	--	--

4.2. Лекционные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание
Векторный и тензорный анализ	<p>Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Абсолютные и относительные тензоры. Ранг тензора. Абсолютный скаляр. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор. Смешанный тензор. Равенство тензоров. Нуль-тензор. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символы Кронекера, Леви-Чивита. Абсолютное дифференциальное исчисление. Ковариантное дифференцирование.</p> <p>Скалярное и векторное поле. Векторный элемент линии и длина дуги. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы. Градиент, дивергенция и ротор. Полный дифференциал, полная производная и производная по направлению. Производные высших порядков по направлению. Ряд Тейлора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.</p> <p>Определение и основные свойства группы. Замкнутость. Ассоциативный закон. Обратный элемент. Перестановочные элементы. Коммутативные операции. Коммутативные группы. Конечная и бесконечная группы. Законы сокращения. Подгруппы. Несобственные и собственные подгруппы. Теорема Лагранжа. Циклические группы. Порядок элемента группы. Произведения подмножеств. Смежные классы. Сопряженные элементы и подгруппы. Нормальные делители. Фактор-группы. Центр. Нормализаторы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Аддитивные группы.</p>

4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание и формы проведения
Векторный и тензорный анализ	<p>Системы координат и допустимые преобразования. Индексные обозначения, немой индекс. Абсолютные и относительные тензоры. Ранг тензора. Абсолютный скаляр. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор. Смешанный тензор. Равенство тензоров. Нуль-тензор. Умножение тензора на скаляр. Свертывание смешанного тензора. Произведение тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Символы Кронекера, Леви-Чивита. Абсолютное дифференциальное исчисление. Ковариантное дифференцирование.</p> <p>Скалярное и векторное поле. Векторный элемент линии и длина дуги. Криволинейные интегралы. Векторный элемент поверхности. Элемент площади поверхности. Поверхностные интегралы. Градиент, дивергенция и ротор. Полный дифференциал, полная производная и производная по направлению. Производные высших порядков по направлению. Ряд Тейлора. Оператор Лапласа. Операции второго порядка. Операции над скалярными и векторными функциями от радиус-вектора. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Безвихревое и соленоидальное векторное поле.</p> <p>Определение и основные свойства группы. Замкнутость. Ассоциативный закон. Обратный элемент. Перестановочные элементы. Коммутативные операции. Коммутативные группы. Конечная и бесконечная группы. Законы сокращения. Подгруппы. Несобственные и собственные подгруппы. Теорема Лагранжа. Циклические группы. Порядок элемента группы. Произведения подмножеств. Смежные классы. Сопряженные элементы и подгруппы. Нормальные делители. Фактор-группы. Центр. Нормализаторы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Аддитивные группы.</p> <p>Форма практического занятия.</p>

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

5.1. Текущий контроль

Письменный контроль.

а). Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Задание:

Дана функция $u(M) = u(x; y; z)$ и точки M_1, M_2 . Вычислить:

- 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2$;
- 2) $\text{grad}u(M_1)$.

$x^2y + y^2z + z^2x$, **Вариант 1.**
(1; -1; 2), (3; 4; -1)

$5x^3z^2$, **Вариант 2.**
(2; 1; -1), (4; -3; 0)

$\ln(x^2 + y^2 + z^2)$, **Вариант 3.**
(-1; 2; 1) (3; 1; -1)

6.3. Методические указания по организации самостоятельной работы

Вычислить криволинейный интеграл.

Вариант 1.

$\int_L (x^2 - y)dx - (x - y^2)dy$, где L – дуга окружности $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$ между точками $A(5; 0)$ и $B(0; 5)$ при положительном направлении обхода (против часовой стрелки).

Вариант 2.

$\int_L (x + y)dx - (x - y)dy$, где L – контур треугольника с вершинами $O(0; 0)$, $A(2; 0)$, $B(4; 5)$.

5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

Метод Крамера

$$1. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -6. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

5.3. Промежуточный контроль: зачет

Образцы тестов, заданий

Задание:

1) найти поток векторного поля \mathbf{a} через замкнутую поверхность $S = S_1 + S_2$ (выбирается внешняя нормаль к S);

2) вычислить циркуляцию векторного поля \mathbf{a} по контуру Γ , образованному пересечением поверхностей S_1 и S_2 (направление обхода должно быть выбрано так, чтобы область, ограниченная контуром Γ , находилась слева);

Вариант 1.

$$\mathbf{a} = (3y - 5x)\mathbf{i} + (6x + 5y)\mathbf{j} + (4z - xy + 4)\mathbf{k}, \quad S_1 : x^2 + y^2 = (z+1)^2, \quad S_2 : z = 1.$$

Вариант 2.

$$\mathbf{a} = (x - y)\mathbf{i} + (2x + y)\mathbf{j} + (x^2 + 2z + 4)\mathbf{k}, \quad S_1 : x^2 + y^2 = (z+2)^2, \quad S_2 : z = -4.$$

Перечень вопросов к зачету (экзамену)

1. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.
2. Символы Кронекера, Леви-Чивита.

Перечень вопросов к экзамену

1. Контравариантный и ковариантный вектор и тензор.
2. Символы Кронекера, Леви-Чивита.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., пер. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 184 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/9930E294-F294-4563-8A8B-AB4F0920C2CD.

2. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 160 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/1AC57977-39C6-49FE-B4C4-7A5EF9A647DB.

3. Гершанок, В. А. Теория поля : учебник для бакалавров / В. А. Гершанок, Н. И. Дергачев. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — Ч. 1. Основы векторного исчисления. — С. 11-28. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-1579-2. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/B562B1F0-3260-4A50-B934-19EC57FF58B4

4. Фоменко, Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры : учебник и практикум для академического бакалавриата / Т. Н. Фоменко. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 121 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN

978-5-534-08097-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/FF27603F-F7B0-467C-B376-21C6E4230AE6

5. Акивис М.А. Тензорное исчисление: Учебное пособие/Акивис М. А., Гольдберг В. В., 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 304 с. - ISBN 5-9221-0424-1 - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=110700>

б) дополнительная литература:

1. Ляпин Е.С., Айзенштат А.Я., Лесохин М.М. Упражнения по теории групп – СПб, Изд. «Лань», 2010. 277 с.

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. СПб, 1969, 2080 с.

3. Каргаполов М.И. Основы теории групп – СПб, Изд. «Лань», 2009. 288 с.

4. Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 3 : учебное пособие для прикладного бакалавриата / А. С. Поспелов [и др.] ; под ред. А. С. Поспелова. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — Гл. 14. Векторный анализ. – С. 104-155.— (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-7930-5. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/7D78B429-3CC2-484C-9742-6F54DCE6FE4E

5. Бутузов В.Ф. Математический анализ в вопросах и задачах : учебное пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев и др. - 5-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. –Гл. 15.4: Основные дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных и ортогональных координатах. - С. 432-437. - ISBN 5-9221-0284-1 - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=544581>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

- Электронная библиотека ЭБС «Znanium» (<http://znanium.com/>)
- Электронная библиотека ЭБС «Юрайт» (<https://biblio-online.ru/>)
- FreeOffice 2016 бесплатный для коммерческого использования
- GNU Octave бесплатный по лицензии: GNU General Public License

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекции	<p>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p>Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.</p> <p>Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.</p> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.</p>
Практические занятия	<p>Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины.</p> <p>Конспектирование источников.</p> <p>Работа с конспектом лекций, -подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом.</p> <p>Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.</p>

Индивидуальные задания (подготовка докладов, рефератов)	<p>Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме.</p> <p>Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и другое. Изложение основных аспектов проблемы, анализ мнений авторов и формирование собственного суждения по исследуемой теме.</p>
Подготовка к экзамену	<p>При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, вопросы для подготовки к экзамену и т.д.</p>

8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Векторный и тензорный анализ	лекции-визуализации (с использованием слайд-презентаций)	программа Moodle, FreeOffice 2016

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Компьютерный класс.
2. Мультимедийный проектор.
3. Лаборатория информационных технологий.

Рассмотрено и рекомендовано к использованию в учебном процессе на 2019/2020 учебный год с изменениями (см. лист изменений).

Лист изменений

Изменения, внесенные протоколом заседания кафедры высшей математики и теоретической механики от 21.05.2019г. , протокол №10.

Очное обучение

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости и	Занятия в активной и интерактивно й форме, час.
			Лекции	Практич.	Самост. работа		
	03.03.02 Векторный и тензорный анализ	3	14	14	44	экзамен	72
	ИТОГО		14	14	44		72