

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа по дисциплине

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**05.03.05 «Прикладная метеорология»**

Направленность(профиль)

**Полярная метеорология и климатология**

Квалификация:

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Полярная метеорология и  
климатология»

  
Лобанов В.А.

Утверждаю

Председатель УМС  И.И. Палкин

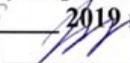
Рекомендована решением

Учебно-методического совета

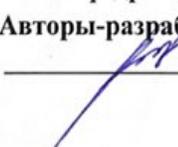
11 июня 2019 г., протокол № 7

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

11.05 2019 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Петрова В.В.

Авторы-разработчики:

 Петрова В.В.

Санкт-Петербург 2019

**Составила:**

Петрова В.В. – зав. кафедрой высшей математики и теоретической механики РГГМУ

© В.В. Петрова, 2019.

© РГГМУ, 2019.

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины «Вычислительная математика» – подготовка бакалавров, владеющих знаниями в объеме, необходимом для изучения специальных дисциплин.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Вычислительная математика» для направления подготовки 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология относится к дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить математические дисциплины среднего общего образования.

Параллельно с дисциплиной «Вычислительная математика» изучаются дисциплины: «Математика (математическая физика)», «Информатика».

Дисциплина «Вычислительная математика» является базовой для освоения дисциплин «Учение об атмосфере», «Учение о гидросфере».

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

#### Компетентностная карта дисциплины

Код компетенции	Компетенция
ОПК-1	Способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики
ПК-2	Способность анализировать явления и процессы, происходящие в природной среде, на основе экспериментальных данных и массивов гидрометеорологической информации, выявлять в них закономерности и отклонения.

Ключевыми компетенциями, формируемыми в процессе изучения дисциплины являются: ОПК-1, ПК-2

#### Уровневое описание признаков компетенций ОПК-1, ПК-2:

Уровень освоения	Признаки проявления
Продвинутый	Способен осуществлять анализ данных по прикладной гидрометеорологии
Базовый	Умеет осуществлять обработку информации
Минимальный	Имеет представление об основных разделах математики

В результате освоения дисциплины обучающийся:

**должен знать:**

- основные понятия вычислительной математики;
- основные методы вычислительной математики;
- основные методы применения вычислительной математики к решению практических задач;

должен уметь:

– решать практические задачи различных типов;

должен иметь представление о перспективных направлениях развития математических методов решения практических задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Объём дисциплины	Всего часов
	Очная форма обучения
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>72</b>
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего</b>	<b>28</b>
в том числе:	
лекции	<b>14</b>
практические занятия	<b>14</b>
семинарские занятия	
<b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>	<b>44</b>
в том числе:	
курсовая работа	
контрольная работа	
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)</b>	<b>зачет</b>

#### 4.1. Содержание разделов дисциплины

##### Очное обучение

2019 г. набора

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Семинар Лаборат.	Самост. работа		
<b>1</b>	<b>Вычислительная математика</b>	<b>4</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>44</b>	<b>12</b>	ОПК-1, ПК-2
	<b>ИТОГО-72 ч.</b>		<b>14</b>	<b>14</b>	<b>44</b>	<b>12</b>	

#### 4.2. Лекционные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание
Вычислительная математика	Элементы теории погрешностей. Численное решение уравнений: метод хорд, метод Ньютона. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Итерационные методы решения: метод простой итерации, метод Зейделя. Приближение функций. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Конечные разности, разделенные разности. Интерполяционная формула Ньютона. Сплайн-интерполяция. Аппроксимация функций методом наименьших квадратов. Методы спуска: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска. Численное дифференцирование функций. Приближенное вычисление определенных интегралов: метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона, метод Гаусса. Приближенное решение дифференциальных уравнений: метод Эйлера, метод Рунге-Кутты. Решение уравнения Лапласа методом сеток. Метод сеток для уравнений параболического и гиперболического типа.

#### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

Наименование разделов и тем	Содержание и формы проведения
Вычислительная математика	Элементы теории погрешностей. Численное решение уравнений: метод хорд, метод Ньютона. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Итерационные методы решения: метод простой итерации, метод Зейделя. Приближение функций. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Конечные разности, разделенные разности. Интерполяционная формула Ньютона. Сплайн-интерполяция. Аппроксимация функций методом наименьших квадратов. Методы спуска: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска. Численное дифференцирование функций. Приближенное вычисление определенных интегралов: метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона, метод Гаусса. Приближенное решение дифференциальных уравнений: метод Эйлера, метод Рунге-Кутты. Решение уравнения Лапласа методом сеток. Метод сеток для уравнений параболического и гиперболического типа. Форма практического занятия.

#### 4.4 Вид и форма промежуточной аттестации

Промежуточный контроль проводится в виде письменного контроля

#### 5. Используемые образовательные технологии

Лекции, письменный контроль.

*Доля занятий с использованием активных и интерактивных методов составляет 33 %.*

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

## 6.1. Текущий контроль

Письменный контроль.

## 6.2. Образцы тестовых заданий текущего контроля

Задание:

Задание:

1. Решить уравнение методом Ньютона

$$x^4 - 2x - 4 = 0, \quad x \in [1, 2]$$

2. Решить систему методом Гаусса.

$$3.81x_1 + 0.25x_2 + 1.28x_3 + 0.75x_4 - 4.21 = 0,$$

$$2.25x_1 + 1.32x_2 + 4.58x_3 + 0.49x_4 - 6.47 = 0,$$

$$5.31x_1 + 6.28x_2 + 0.98x_3 + 1.04x_4 - 2.38 = 0,$$

$$9.39x_1 + 2.45x_2 + 3.35x_3 + 2.28x_4 - 10.48 = 0,$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Зейделя.

$$24.21x_1 + 2.42x_2 - 3.85x_3 = 30.24,$$

$$2.31x_1 + 31.49x_2 + 1.52x_3 = 40.95,$$

$$3.49x_1 + 4.85x_2 + 28.72x_3 = 42.81.$$

4. Вычислить значения  $y(0.15)$ ,  $y(1.95)$ .

$x_k$	$y_k$	$x_k$	$y_k$
0.1	0.67	1.1	2.21
0.2	0.77	1.2	2.44
0.3	0.89	1.3	2.70
0.4	1.00	1.4	2.95
0.5	1.12	1.5	3.22
0.6	1.29	1.6	3.50
0.7	1.44	1.7	3.81
0.8	1.62	1.8	4.12
0.9	1.79	1.9	4.44
1.0	2.01	2.0	4.79

5. Аппроксимировать функцию методом наименьших квадратов.

$x_k$	$y_k$	$x_k$	$y_k$
0.1	0.67	1.1	2.21
0.2	0.77	1.2	2.44
0.3	0.89	1.3	2.70
0.4	1.00	1.4	2.95
0.5	1.12	1.5	3.22
0.6	1.29	1.6	3.50
0.7	1.44	1.7	3.81
0.8	1.62	1.8	4.12
0.9	1.79	1.9	4.44
1.0	2.01	2.0	4.79

6. Найти минимум функции методом наискорейшего спуска.

$$F(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1, \quad M_0(2, 2).$$

7. Приближенно вычислить интеграл методами Симпсона и Гаусса.

$$\int_0^1 \frac{e^{-\alpha x^2}}{1 + \sin \alpha x} dx, \quad \alpha = 0.5.$$

8. Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера.

$$y' = 1 + \alpha \cdot y \cdot \sin y - \beta y^2,$$

$$\alpha = 0.2, \quad \beta = 1.25.$$

9. Решить уравнение Лапласа в области  $\{-2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$ , если заданы условия на границе.

$$x = -2 : u = 0; \quad x = 2 : u = 5;$$

$$y = -1 : u = -2x; \quad y = 1 : u = 0.$$

10. Решить уравнение теплопроводности  $u_t = u_{xx}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  методом прогонки, если граничные и начальное условие имеют вид

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0,$$

$$u(x, 0) = x(x-1).$$

### 6.3. Методические указания по организации самостоятельной работы

Студентам необходимо пользоваться литературой по указанной дисциплине.

### 6.4. Промежуточный контроль

Зачет

### Образцы тестов, заданий

1.  $x^3 - 9x^2 + 18x - 1, \quad [2, 3].$

$$3.81x_1 + 0.25x_2 + 1.28x_3 + 0.75x_4 - 4.21 = 0,$$

2.  $2.25x_1 + 1.32x_2 + 4.58x_3 + 0.49x_4 - 6.47 = 0,$

$$5.31x_1 + 6.28x_2 + 0.98x_3 + 1.04x_4 - 2.38 = 0,$$

$$9.39x_1 + 2.45x_2 + 3.35x_3 + 2.28x_4 - 10.48 = 0,$$

$$24.21x_1 + 2.42x_2 - 3.85x_3 = 30.24,$$

3.  $2.31x_1 + 31.49x_2 + 1.52x_3 = 40.95,$

$$3.49x_1 + 4.85x_2 + 28.72x_3 = 42.81.$$

4.

	$x_k$	$y_k$	$x_k$	$y_k$
.1		2.02	1.1	0.35
.2		1.98	1.2	-0.30
.3		1.67	1.3	-0.61
		1.65	1.4	-1.20

.4			
.5	1.57	1.5	-1.39
.6	1.42	1.6	-1.76
.7	1.37	1.7	-2.28
.8	1.07	1.8	-2.81
.9	0.85	1.9	-3.57
.0	0.48	2.0	-4.06

$$5 \int_0^1 \cos \alpha x \cdot \sqrt{3-\alpha x} dx, \quad \alpha = 0.1..$$

$$6. \quad y' = 1 - \sin(\alpha x + y) - \beta \frac{y}{2+x},$$

$$\alpha = 1.0, \quad \beta = -0.3.$$

$$7. \quad \begin{aligned} u(0,t) &= 0, & u(1,t) &= 0, \\ u(x,0) &= (1-x) \sin x. \end{aligned}$$

### Перечень вопросов к зачету

1. Элементы теории погрешностей.
2. Численное решение уравнений: метод хорд, метод Ньютона.
3. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
4. Итерационные методы решения: метод простой итерации, метод Зейделя.
5. Приближение функций. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
6. Конечные разности, разделенные разности.
7. Интерполяционная формула Ньютона.
8. Сплайн-интерполяция.
9. Аппроксимация функций методом наименьших квадратов.
10. Методы спуска: метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска.
11. Численное дифференцирование функций.
12. Приближенное вычисление определенных интегралов: метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона, метод Гаусса.
13. Приближенное решение дифференциальных уравнений: метод Эйлера, метод Рунге-Кутты.
14. Решение уравнения Лапласа методом сеток.
15. Метод сеток для уравнений параболического и гиперболического типа.

### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Емельянова В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Изд. Лань, Спб: 2016 г.
2. Стеклов В.А. Общие методы решения основных задач математической физики. М.: ЛЕНАНД, 2016 г.

3. Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П. Практическая математика. Издательский дом «Интеллект», 2014 г.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 4-е изд. – М. Айрис-пресс, 2006. – 608 с.
5. Баврин И.И. Краткий курс высшей математики., М., Физматлит, 2003. – 328 с.
6. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения – СПб, Изд. «Лань», 2008, 288 с.
7. Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) – СПб, Изд. «Лань», 2008, 240 с.
8. Щипачев В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2001.

б) дополнительная литература:

1. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2010. – 608 с.
2. Курош А.Г. Курс линейной алгебры. – СПб, Изд. «Лань», 2008,; 432 с.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М., Физматлит, 2006. – 336 с.
4. Берман Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа. – СПб, Изд. «Лань», 2008, 608 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. СПб, Изд. «Лань», 2009, 2080 с.
6. Палий И.А. Задачник по теории вероятностей. Учебное пособие - М., Наука, 2005.
7. Курс высшей математики, Теория вероятностей. Под ред. И.М.Петрушко - СПб, Изд. «Лань», 2008, 352 с.
8. Туганбаев А.А, Крутинин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика - СПб, Изд. «Лань», 2009, 704 с.
9. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие – М: ИД Юрайт, 2010 – 404 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программы обработки и представления данных

## 8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекции	<p>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p>Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.</p> <p>Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.</p> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.</p>

<b>Практические занятия</b>	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, -подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом. Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.
<b>Индивидуальные задания (подготовка докладов, рефератов)</b>	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и другое. Изложение основных аспектов проблемы, анализ мнений авторов и формирование собственного суждения по исследуемой теме.
<b>Подготовка к зачету</b>	При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, вопросы для подготовки к экзамену и т.д.

#### **9. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются:

- лекции-визуализации (с использованием слайд-презентаций);
- для размещения учебных и методических материалов по дисциплине, а также для проведения контрольно-проверочного тестирования по каждой теме используется виртуальная образовательная среда филиала (программа Moodle);
- для проведения компьютерного тестирования используется программа Moodle в компьютерном классе (2 варианта по 20 вопросов);
- организация взаимодействия преподавателя со студентами для осуществления консультационной работы по подготовке к семинарским (практическим) занятиям и подбору необходимой литературы, помимо консультаций в филиале, осуществляется посредством электронной почты и форумов.

#### **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Компьютерный класс.
2. Мультимедийный проектор.
3. Лаборатория информационных технологий.