

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа по дисциплине

**МАТЕМАТИКА**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**05.03.05 «Прикладная гидрометеорология»**

Направленность (профиль):  
**«Авиационная метеорология»**

Квалификация:  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

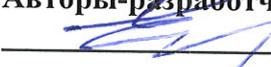
Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Авиационная метеорология»

 /Неёлова Л.О./

Утверждаю  
Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета  
 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
28 марта 2018 г., протокол № 8  
Зав. кафедрой  Матвеев Ю.Л.

Авторы-разработчики:  
 Егоров А.Д.

Санкт-Петербург 2018

**Составил:** Егоров А.Д. – профессор кафедры высшей математики и теоретической механики

© А.Д. Егоров, 2018.  
© РГГМУ, 2018.

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины – подготовка бакалавров, владеющих знаниями в объеме, необходимом для изучения специальных дисциплин.

Основные задачи дисциплины связаны с развитием логического и алгоритмического мышления.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математика» для направления подготовки 05.03.05 - Прикладная гидрометеорология, профиль «Авиационная метеорология» относится к дисциплинам базовой части образовательной программы.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить математические дисциплины среднего общего образования.

Параллельно с дисциплиной «Математика» изучаются дисциплины: «Физика», «Информатика».

Дисциплина «Математика» является базовой для освоения дисциплин «Теоретическая механика», «Вычислительная математика».

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ОПК-1	Владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом в гидрологии, для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Математика» обучающийся должен

### Знать:

- основные понятия математики;
- основные методы математики;
- основные методы применения математики к решению практических задач;

### Уметь:

- решать практические задачи математическими методами;

### Владеть:

- навыками самостоятельной работы с учебной и научной литературой;
- культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- перспективными математическими методами решения практических задач.

Основные признаки проявленности формируемых компетенций в результате освоения дисциплины «Математика» сведены в таблице.

## Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2	3 минимальный	4 базовый	5 продвинутый
Первый этап (уровень) ОПК-1	<b>Владеть:</b> - основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики; - способами устного и письменного изложения информации - навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач	<b>Не владеет:</b> - основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики; - способами устного и письменного изложения информации - навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач	<b>Слабо владеет:</b> - основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики; - способами устного и письменного изложения информации - навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач	<b>Хорошо владеет:</b> - основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики; - способами устного и письменного изложения информации - навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач	<b>Уверенно владеет:</b> - основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики; - способами устного и письменного изложения информации - навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач
	<b>Уметь:</b> - решать практические задачи математическими методами - логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи	<b>Не умеет:</b> - решать практические задачи математическими методами - логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи	<b>Затрудняется:</b> - решать практические задачи математическими методами - логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи	<b>Хорошо умеет:</b> - решать практические задачи математическими методами - логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи	<b>Отлично умеет:</b> - решать практические задачи математическими методами - логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи
	<b>Знать:</b> - основные положения соответствующих разделов математики; – основные методы применения математики к решению практических задач	<b>Не знает:</b> - основные положения соответствующих разделов математики; – основные методы применения математики к решению практических задач	<b>Плохо знает:</b> - основные положения соответствующих разделов математики; – основные методы применения математики к решению практических задач	<b>Хорошо знает:</b> - основные положения соответствующих разделов математики; – основные методы применения математики к решению практических задач	<b>Отлично знает:</b> - основные положения соответствующих разделов математики; – основные методы применения математики к решению практических задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц, 576 часов.

Объём дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения		
	2015, 2016 гг. набора	2017 гг. набора	2018 гг. набора
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>576</b>		
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b>	<b>350</b>	<b>348</b>	<b>330</b>
в том числе:			
лекции	<b>134</b>	<b>134</b>	<b>134</b>
практические занятия	<b>216</b>	<b>214</b>	<b>196</b>
<b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>	<b>226</b>	<b>228</b>	<b>246</b>
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)</b>	<b>Экзамен зачет</b>		

#### 4.1. Структура дисциплины

##### Очная форма обучения

2018 г. набора

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Практич.	Самост. работа			
1	Раздел 1	1	54	52	38	Письменный контроль	20	ОПК-1
2	Раздел 2	2	30	62	52	Письменный контроль	20	ОПК-1
3	Раздел 3	3	36	52	20	Письменный контроль	20	ОПК-1
4	Раздел 4	4	14	30	28	Письменный контроль	18	ОПК-1
	<b>ИТОГО</b>		134	196	138		78	
С учетом трудозатрат при подготовке к экзамену (108 часов)						<b>576 часов</b>		

## 2017 г. набора

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Практич.	Самост. работа			
1	Раздел 1	1	54	72	18	Письменный контроль	20	ОПК-1
2	Раздел 2	2	30	60	54	Письменный контроль	20	ОПК-1
3	Раздел 3	3	36	52	20	Письменный контроль	20	ОПК-1
4	Раздел 4	4	14	30	28	Письменный контроль	18	ОПК-1
	<b>ИТОГО</b>		134	214	120		78	
С учетом трудозатрат при подготовке к экзамену (108 часов)						<b>576 часов</b>		

## 2015, 2016 гг. набора

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Практич.	Самост. работа			
1	Раздел 1	1	54	72	54	Письменный контроль	20	ОПК-1
2	Раздел 2	2	30	60	18	Письменный контроль	20	ОПК-1
3	Раздел 3	3	36	54	36	Письменный контроль	20	ОПК-1
4	Раздел 4	4	14	30	28	Письменный контроль	18	ОПК-1
	<b>ИТОГО</b>		<b>134</b>	<b>216</b>	<b>118</b>		78	
С учетом трудозатрат при подготовке к экзамену (108 часов)						<b>576 часов</b>		

## 4.2. Содержание разделов дисциплины

### Раздел 1

Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Линейные пространства. Евклидовы и унитарные пространства. Линейные операторы в конечномерном пространстве. Квадратичные формы.

Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций. Числовые последовательности, предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функций в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений. Равномерная непрерывность.

Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Символы  $o$  и  $O$ . Эквивалентные бесконечно малые, таблица эквивалентных бесконечно малых

Понятие функции, дифференцируемой в точке, дифференциал функции и его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Таблица производных элементарных функций.

Формула производной произведения функций, производная частного, производная сложной функции.

Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Неявная функция и ее производная.

Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Критерий постоянства функции на интервале. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.

### Раздел 2

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Выпуклость. Необходимые и достаточные условия выпуклости в терминах второй производной. Точки перегиба.

Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^d$  по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора в вычислительной математике.

Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении.

Общая схема исследования функции и построения ее графика

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от элементарных функций. Методы интегрирования. Теорема о замене переменной под знаком неопределенного интеграла. Занесение множителя под знак дифференциала.

Интегрирование по частям. Примеры. Интегрирование простейших рациональных функций.

Теорема о разложении правильной рациональной дроби в сумму простых дробей. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций. Интегралы вида  $\int R(\sqrt[p]{x}) dx$ ,

$$\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{x^2+bx+c}}, \int \frac{dx}{x^p \sqrt{ax^r+b}}.$$

Тригонометрические замены в интегралах от иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование рациональных функций от функций  $\sin x$  и  $\cos x$ . Универсальная тригонометрическая замена.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл в смысле Римана, его свойства. Ограниченность подынтегральной функции как необходимое условие сходимости определенного интеграла. Теорема о среднем.

Определенный интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.

Замена переменной под знаком определенного интеграла. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их сходимость.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства

Применение определенного интеграла для вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги кривой в декартовых и полярных координатах, площади криволинейного сектора, заданного в полярной системе координат, объема и площади тела вращения.

Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Нормальная форма уравнения. Поле направлений и изоклины. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения вида  $y' = \frac{ax+by+c}{dx+ey+f}$ . Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Метод Бернулли и вариации произвольной постоянной.

### Раздел 3

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. Примеры применения дифференциальных уравнений в гидрологии.

Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятие общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Понятие об уравнениях в частных производных.

Постановка задачи об интегрировании. Общее решение. Задача Коши. Общая классификация уравнений в частных производных.

Линейные уравнения. Уравнения, линейные относительно старших производных, квазилинейные уравнения. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка и их связь с системами обыкновенных дифференциальных уравнений.

Линейные уравнения второго порядка с « $n$ » независимыми переменными. Связь с теорией квадратичных форм. Классификация по типам. Гиперболические, параболические, эллиптические уравнения в точке. Уравнения смешанного типа. Приведение к каноническому виду в данной точке. Уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными, линейные и линейные относительно старших производных. Классификация по типам в области. Понятие о характеристиках. Приведение к каноническому виду в области. Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа.

Примеры физических задач, приводящих к волновому уравнению. Вывод уравнения поперечных колебаний струны, продольных колебаний стержня, поперечных колебаний мембраны. Различные типы граничных условий. Их физический смысл. Начальные условия. Постановка задач интегрирования волнового уравнения в ограниченных областях. Первая, вторая и третья смешанные (начально–краевые) задачи. Характеристическая задача (задача с кусочной границей). Корректность постановки задач математической физики на примере волнового уравнения. Существование решения и его единственность. Понятие об устойчивости решения. Постановка задачи интегрирования волнового уравнения в неограниченной области (задача Коши). Задача о колебаниях бесконечной струны. Ее решение методом характеристик. Формула Даламбера. Смешанные задачи для уравнения струны. Метод разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля для одномерного волнового уравнения. Физический смысл решения по Фурье. Связь решений по Даламберу и Фурье.

Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка. Примеры применения дифференциальных уравнений.

Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятие общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

#### Раздел 4

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Методы исследования абсолютной сходимости рядов. Теоремы сравнения. Признак Даламбера и радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.

Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Условная сходимость ряда. Признак Лейбница.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда. Признак Вейерштрасса. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональной последовательности, ряда.

Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность их суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Ряды Фурье по тригонометрическим системам. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье. Условие поточечной сходимости и сходимости “в среднем”. Тригонометрическая система функций и тригонометрические ряды Фурье. Теорема о сходимости. Ряды Фурье чётных и нечётных функций. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.

### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

№ п/п	Тематика занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1.	Матрицы. Элементарные преобразования матриц.	Практическое занятие	ОПК-1
2.	Определители матрицы. Решение систем линейных уравнений. Методы Крамера, Гаусса, обратной матрицы решения систем линейных уравнений.	Практическое занятие	ОПК-1
3.	Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведения векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.	Практическое занятие	ОПК-1
4.	Деление отрезка в данном отношении. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые 2-го порядка.	Практическое занятие	ОПК-1
5.	Предел числовой последовательности. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.	Практическое занятие	ОПК-1
6.	Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференциал функции одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной.	Практическое занятие	ОПК-1
7.	Экстремум функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.	Практическое занятие	ОПК-1
8.	Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции одной переменной. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.	Практическое занятие	ОПК-1

9.	Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Формула Ньютона-Лейбница.	Практическое занятие	ОПК-1
10.	Замена переменной под знаком определенного интеграла. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их сходимость. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.	Практическое занятие	ОПК-1
11.	Применение определенного интеграла для вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги кривой в декартовых и полярных координатах, площади криволинейного сектора, заданного в полярной системе координат, объема и площади тела вращения. Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.	Практическое занятие	ОПК-1
12.	Дифференциальные уравнения (ДУ) 1-го порядка: с разделяющимися переменными; однородные; линейные; Бернулли; в полных дифференциалах. ДУ, допускающие понижение порядка.	Практическое занятие	ОПК-1
13.	Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами однородные и не однородные. Решение задач	Практическое занятие	ОПК-1
14.	Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений.	Практическое занятие	ОПК-1
15.	Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости.	Практическое занятие	ОПК-1
16.	Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Полный дифференциал ФНП. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный).	Практическое занятие	ОПК-1
17.	Числовые ряды, признаки сходимости знакоположительных рядов (Даламбера, Коши) Знакопеременные числовые ряды, их сходимость. Знакопеременные числовые ряды, абсолютная и условная их сходимость. Решение задач.	Практическое занятие	ОПК-1

18.	Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций.	Практическое занятие	ОПК-1
19.	Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций.	Практическое занятие	ОПК-1
20.	Ряды Фурье, различные виды разложений в них функций. Решение задач. Коллоквиум по приложениям рядов Фурье.	Практическое занятие	ОПК-1

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 5.1. Текущий контроль

Письменный контроль.

#### а). Образцы заданий текущего контроля

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 8 \\ -4 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Выполнить указанные действия с матрицами.

$$A \cdot B - 4C^2.$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 8 & -7 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \\ -1 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & -6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

### 5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 2)(x - \sqrt{x^2 + 1}),$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x^3 + 1)}{x^2 + 3x + 2}$$

### 5.3. Промежуточный контроль: экзамен

Экзамен проходит в устной форме. Обучающемуся предлагается ответить на два вопроса случайным образом выбранного билета и решить задачу. Полный комплект экзаменационных билетов охватывает все разделы дисциплины.

Контроль по результатам 4-го учебного семестра – зачет. Зачет проходит в устной форме. Обучающемуся предлагается наиболее полно (с примерами) ответить на два,

случайным образом выбранных вопроса.

## Перечень вопросов к экзамену

### 1 семестр.

1. Множества. Операции с множествами.
2. Вещественные числа и их основные свойства.
3. Абсолютная величина числа.
4. Метод математической индукции.
5. Определители, их свойства.
6. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу).
7. Матрицы, действия с матрицами.
8. Транспонирование матриц, обратная матрица.
9. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы и их связь с рангом.
10. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма записи системы. Формулы Крамера.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Теорема Кронекера – Капелли. Системы линейных однородных уравнений.
13. Бином Ньютона.
14. Функция, определение и способы задания. Обратная функция, суперпозиция функций.
15. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченная последовательность.
16. Свойства пределов. Монотонные последовательности.
17. Точка сгущения. Предел функции. Односторонние пределы. Свойства пределов. Монотонные функции.
18. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
19. Классификация бесконечно малых функций.
20. Непрерывность функции. Классификация разрывов.
21. Теоремы о непрерывности монотонной функции.
22. Свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано – Коши, теоремы Вейерштрасса.
23. Производная, определение и геометрический смысл. Формула для приращения функции.
24. Правила вычисления производной. Производная обратной функции. Односторонняя производная, бесконечная производная.
25. Дифференциал, его связь с производной. Инвариантность формы дифференциала.
26. Теорема Ферма, теорема Ролля.
27. Теорема Лагранжа, теорема Коши.
28. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Вторая производная для функции, заданной параметрически.
29. Правило Лопиталю.
30. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
31. Выпуклость функции, точки перегиба.
32. Асимптоты функции.
33. Функции нескольких переменных. Двойные и повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных.
34. Частные производные. Полное приращение функции нескольких переменных.
35. Полный дифференциал, его геометрическая интерпретация для случая двух переменных.
36. Производные от сложных функций.
37. Производные и дифференциалы высших порядков.
38. Производная по заданному направлению. Градиент.

39. Экстремум функции нескольких переменных.
40. Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие правила интегрирования.
41. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям.
42. Интегрирование простых дробей. Разложение правильных дробей на простые.
43. Интегрирование тригонометрических функций.
44. Интегрирование выражений с радикалами. Простейшие подстановки, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера. Интегрирование выражений 
$$\frac{P(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$$
45. Определенный интеграл, его свойства.
46. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле.
47. Несобственные интегралы. Теоремы о сходимости несобственных интегралов.
48. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов.
49. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры, площадь криволинейного сектора.  
Вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла. Объем тела вращения.

## 2 семестр.

1. Метод координат. Основное тождество метода координат. Расстояние между двумя точками на координатной оси.
2. Декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками в декартовой системе координат. Задача о делении отрезка в данном отношении.
3. Полярные координаты. Преобразование систем координат.
4. Векторы. Линейные операции над векторами.
5. Проекция вектора на ось, её свойства. Разложение вектора по осям координат.
6. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами.
7. Векторное произведение векторов, его свойства.
8. Смешанное произведение векторов.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Теорема о единственности ее решения. Общее и частное решения.
10. Неполные дифференциальные уравнения.
11. Уравнения с разделяющимися переменными.
12. Однородные уравнения. Простейшие уравнения, приводящиеся к однородным.
13. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, его свойства.
14. Общее решение однородного линейного уравнения первого порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения.
15. Уравнение Бернулли.
16. Дифференциальные уравнения второго порядка, их механический и геометрический смысл. Теорема о единственности их решения. Граничная (краевая) задача. Общее и частное решение уравнений второго порядка.
17. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
18. Линейные дифференциальные уравнения порядка  $n$ , их свойства.
19. Линейная независимость функций. Вронскиан. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения.
20. Построение общего решения однородного и неоднородного линейного уравнения  $n$ -го порядка.
21. Линейное однородное уравнение порядка  $n$  с постоянными коэффициентами. Построение его решения.

22. Неоднородное линейное уравнение порядка  $n$ . Метод неопределенных коэффициентов.
23. Метод вариации произвольных постоянных для дифференциальных уравнений второго порядка.
24. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, различные формы записи. Уравнение прямой в полярных координатах.
25. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности. Расстояние от точки до прямой.
26. Эллипс, его каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Теорема об отношении расстояний до фокуса и директрисы.
27. Гипербола, её каноническое уравнение. Сопряженная гипербола. Эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы. Теорема об отношении расстояний до фокуса и директрисы.
28. Парабола, её канонические уравнения.
29. Общее уравнение линий второго порядка, его приведение к каноническому виду.
30. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
31. Общее, каноническое и параметрическое уравнения прямой. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.
32. Поверхности второго порядка.
33. Понятие линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость векторов, её свойства.
34. Базис. Теоремы о разложении вектора по базису. Матрицы перехода от одного базиса к другому, связь между ними.
35. Линейный оператор, определение и свойства.
36. Матрица линейного оператора, её связь с базисом. Изменение матрицы при переходе к другому базису.
37. Собственные числа и собственные векторы матрицы линейного оператора.
38. Матрица линейного оператора в базисе из собственных векторов.
39. Евклидово пространство. Ортогональная и ортонормированная система векторов.
40. Скалярное произведение в ортонормированном базисе.

### 3 семестр.

1. Числовой ряд. Сумма ряда. Основные свойства рядов.
2. Теоремы о сходимости положительных рядов (признак сравнения и признак сравнения в предельной форме).
3. Признак Коши. Признак Д'Аламбера. Интегральный признак Коши.
4. Знакопередающийся ряд. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Ряд с членами произвольных знаков.
5. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса.
6. Степенной ряд. Теорема о радиусе сходимости. Интервал сходимости.
7. Разложение функций в степенные ряды. Формула Эйлера.
8. Ряды Фурье. Определение, формулы для коэффициентов при разложении функции на интервале  $(-\pi, \pi)$ . Признак Дирихле.
9. Ряд Фурье на интервале  $(-l, l)$ . Неполные ряды Фурье.
10. Двойной интеграл, определение и свойства.
11. Вычисление двойного интеграла.
12. Замена переменных в двойном интеграле.
13. Геометрические приложения двойных интегралов.
14. Тройной интеграл, определение и свойства.
15. Вычисление тройного интеграла.

16. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрическое приложение тройного интеграла.
17. Криволинейный интеграл первого рода, его определение, вычисление и геометрический смысл.
18. Криволинейный интеграл второго рода: определение, механический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
19. Формула Грина.
20. Теорема о четырех условиях эквивалентности.
21. Скалярное и векторное поле. Стационарные и нестационарные поля. Однородное векторное поле.
22. Градиент, определение и свойства.
23. Векторные линии, векторные трубки. Поток поля.
24. Дивергенция поля, её свойства. Формула Гаусса-Остроградского.
25. Циркуляция поля. Ротор поля, его свойства. Формула Стокса.
26. Векторные дифференциальные операции второго порядка.

#### **Перечень вопросов к зачету 4 семестр.**

1. Дифференциальные уравнения в частных производных, их порядок. Решение дифференциального уравнения.
2. Уравнение колебания струны. Уравнение колебания мембраны.
3. Уравнение теплопроводности.
4. Задача Коши для уравнений различных типов. Класс корректности поставленной задачи.
5. Линейные дифференциальные уравнения с частными производными, их свойства.
6. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
7. Замена переменных в дифференциальном уравнении второго порядка.
8. Приведение уравнений различных типов к каноническому виду.
9. Общее решение волнового уравнения. Формула Д'Аламбера, ее частные случаи.
10. Применение формулы Д'Аламбера к задаче с ограниченной и полуограниченной струной.
11. Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля.
12. Решение неоднородного волнового уравнения и волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.
13. Метод Фурье для уравнения теплопроводности.
14. Решение неоднородного уравнения теплопроводности и уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.
15. Уравнение теплопроводности для стержня бесконечной длины.
16. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.
17. Уравнение Лапласа. Различные краевые задачи.
18. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах.
19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге методом Фурье.
20. Формулы Грина. Потенциалы простого и двойного слоя.
21. Метод функций Грина.
22. Построение функций Грина. Задача Дирихле для полупространства и шара, для полуплоскости и круга.
23. Сведение задачи Неймана к задаче Дирихле.

## Образцы заданий к экзамену

### Контрольная работа №1

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(3;4), B(2;-1); C(1;-7) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
2. Найти угол между плоскостью  $\alpha$ , заданной уравнением  $3x - y + 2z - 4 = 0$ , и прямой, проходящей через начало координат и точку M(2;-1;3). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(3;2;1) на прямую  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ .

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$y^2 = 9x$$

5. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $A^{-1}$  и установить, что  $AA^{-1} = E$ .

6. Вычислить  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$ .

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 2 \\ -3x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 2x_4 &= -4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 3 \end{aligned}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 &= 10 \end{aligned}$$

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература:

1. Ветереников В.Н. Высшая математика. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Часть 1. - СПб, изд. РГГМУ, 2008.-254 с. - Режим доступа: [http://elibr.shu.ru/files\\_books/pdf/img-503201600.pdf](http://elibr.shu.ru/files_books/pdf/img-503201600.pdf)

### б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. СПб, Изд. «Лань», 1966, 1969
2. Шипачев В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 1990
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 4-е изд. – М. Айрис-пресс, 2009
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. — М., Физматлит, 1969

**в) Интернет-ресурсы:**

1. Электронный ресурс – Mathprofi.ru Высшая математика – просто и доступно! Режим доступа: <http://mathprofi.ru>
2. Электронный ресурс МатБюро, изучаем численные методы. Режим доступа: [https://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=dr](https://www.matburo.ru/st_subject.php?p=dr)

**г) программное обеспечение**

windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2016 66005155 10.11.2015  
windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2010 49671955 01.02.2012

**д) профессиональные базы данных**

не используются

**е) информационные справочные системы:**

1. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн. Режим доступа: <http://elib.rshu.ru>

**7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
<b>Лекции</b>	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом (семинарском) занятии.
<b>Практические занятия</b>	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, - подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом. Решение тестовых заданий, решение задач и другие виды работ.
<b>Подготовка к экзамену</b>	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, вопросы для подготовки к экзамену и т.д.

**8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Темы 1 - 4	<p><u>информационные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. лекции-визуализации (с использованием слайд-презентаций)</li> <li>2. организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты</li> <li>3. размещение материалов по дисциплине на сервере дистанционного обучения</li> </ol> <p><u>образовательные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. интерактивное взаимодействие педагога и студента</li> <li>2. сочетание индивидуального и коллективного обучения</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пакет Microsoft Office.</li> <li>2. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн <a href="http://elib.rshu.ru">http://elib.rshu.ru</a></li> <li>3. Сервер дистанционного обучения РГГМУ MOODL <a href="http://moodle.rshu.ru">http://moodle.rshu.ru</a></li> </ol>

**9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, библиотекой РГГМУ.

1. **Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, доской, мультимедийной техникой, обеспечивающими тематические иллюстрации, соответствующие рабочим учебным программам дисциплин (модулей).
2. **Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, досками, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации
3. **Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
4. **Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
5. **Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения

к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации

#### **10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.