

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа по дисциплине

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**05.03.05 «Прикладная гидрометеорология»**

Направленность (профиль):

**«Авиационная метеорология»**

Квалификация:

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Авиационная метеорология»

Неёлова Л.О. /Неёлова Л.О./

Утверждаю  
Председатель УМС И.И. Палкин И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета  
19 июня 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
28 марта 2018 г., протокол № 8  
Зав. кафедрой Матвеев Ю.Л. Матвеев Ю.Л.

Авторы-разработчики:  
Беликова Г.И. Беликова Г.И.

Санкт-Петербург 2018

**Составила:**

Беликова Г.И. – старший преподаватель кафедры высшей математики и теоретической механики РГГМУ

© Г.И. Беликова, 2018.  
© РГГМУ, 2018

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Вычислительная математика» является формирование у обучающихся широты взглядов на математику и её применение, а также формирование понимания важности математического моделирования различных информационных процессов.

В результате активного освоения данного курса обучающийся должен приобрести привычку логически рассуждать, чётко формулировать свои мысли, понимать разные стороны использования математики – логическую, прикладную и философскую.

Важно, чтобы обучающийся, освоив дисциплину, хорошо понял следующее:

– многие абстрактные математические понятия, как показал многовековой человеческий опыт, стали полезным инструментом для познания различных природных и социальных явлений;

– для использования математики в познании явлений окружающего мира необходимы общность и строгость;

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Вычислительная математика» реализуется в рамках вариативной части образовательной программы. Дисциплина является обязательной для изучения

Учебная дисциплина «Вычислительная математика» базируется на учебных дисциплинах «Математика», «Теоретическая механика», «Механика жидкости и газа (гидромеханика)».

Учебная дисциплина «Вычислительная математика», для направления подготовки 05.03.05 – Прикладная гидрометеорология, является базой для освоения и успешного применения знаний в математическом моделировании гидрометеорологических процессов.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций.

<b>ОПК-1:</b> способностью представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики
---

<b>ПК- 2:</b> способностью анализировать явления и процессы, происходящие в природной среде, на основе экспериментальных данных и массивов гидрометеорологической информации, выявлять в них закономерности и отклонения
--

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Вычислительная математика» обучающийся должен

### знать:

- основные положения соответствующих разделов математики;
- основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;
- свойства изучаемых математических объектов;

- круг задач, решение которых привело к созданию соответствующего раздела математики;
- область применения каждого изученного раздела численных методов.

**уметь:**

- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики;
- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи;
- выстраивать алгоритм решения поставленной задачи;
- знать и использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики.

**владеть:**

- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;
- использовать полученные знания при решении задач, связанных с информатикой.

Основные признаки освоения формируемых компетенций в результате освоения дисциплины «Вычислительная математика» сведены в таблице.

## Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2	3 минимальный	4 базовый	5 продвинутый
Второй этап (уровень) ОПК-1	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> <li>- методами решения задач, связанных с информатикой</li> <li>- способами устного и письменного изложения информации</li> <li>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач</li> </ul>	<p><b>Не владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> <li>- методами решения задач, связанных с информатикой</li> <li>- способами устного и письменного изложения информации</li> <li>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач</li> </ul>	<p><b>Слабо владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> <li>- методами решения задач, связанных с информатикой</li> <li>- способами устного и письменного изложения информации</li> <li>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач</li> </ul>	<p><b>Хорошо владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> <li>- методами решения задач, связанных с информатикой</li> <li>- способами устного и письменного изложения информации</li> <li>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач</li> </ul>	<p><b>Уверенно владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> <li>- методами решения задач, связанных с информатикой</li> <li>- способами устного и письменного изложения информации</li> <li>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач</li> </ul>
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики</li> <li>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи</li> <li>- использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> </ul>	<p><b>Не умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики</li> <li>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи</li> <li>- использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> </ul>	<p><b>Затрудняется:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики</li> <li>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи</li> <li>- использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> </ul>	<p><b>Хорошо умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики</li> <li>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи</li> <li>- использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> </ul>	<p><b>Отлично умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики</li> <li>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи</li> <li>- использовать пакеты математических программ для решения базовых задач в рамках изученных разделов математики</li> </ul>



	методов решения - оптимальные методы решения классических базовых математических задач				
--	--	--	--	--	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часа.

Объём дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	
	2015, 2016, 2017, 2018 года набора	
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	72	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b>	44	
в том числе:		
лекции	14	
практические занятия	30	
<b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>	28	
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	зачет	

#### 4.1. Содержание разделов дисциплины

**Очная форма обучения**  
2015, 2016, 2017, 2018 года набора

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Лаб. Практич.	Самост. работа			
<b>1</b>	<b>Раздел 1. Базовые понятия</b>	3	-	6	2			
1.1	Тема 1.1. Необходимые знания из математического анализа из теории погрешностей	3	-	2	-	Собеседование		ОПК-1 ПК-2
1.2	Тема 1.2. Основные понятия в численных методах.	3	-	2	-	Собеседование		ОПК-1 ПК-2
1.3	Тема 1.3. Приближённые методы нахождения корней функций	3	-	2	2	Собеседование		ОПК-1 ПК-2
<b>2</b>	<b>Раздел 2. Решение линейных систем алгебраических уравнений</b>	3	2	2	2	Контрольная работа 2 ч	2	ОПК-1 ПК-2

<b>3</b>	<b>Раздел 3. Основные задачи теории аппроксимации</b>		<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		-	
3.1	Тема 3.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона	3	-	-	2	Собеседование	2	ОПК-1 ПК-2
3.2	Тема 3.2. Интерполяция кубическими сплайнами							
3.3	Тема 3.3. Метод наименьших квадратов		-	2	-	Контрольная работа 2 ч	-	ОПК-1 ПК-2
3.4	Тема 3.4. Аппроксимация многочленами Чебышева	3	2	-	-	Собеседование	2	ОПК-1 ПК-2
3.5	Тема 3.5. Аппроксимация многочленами Фурье		2	2	-	-	-	ОПК-1 ПК-2
3.6	Дробно-рациональная аппроксимация							
<b>4</b>	<b>Раздел 4. Численное дифференцирование</b>		-	<b>2</b>	-	собеседование	<b>2</b>	ОПК-1 ПК-2
<b>5</b>	<b>Раздел 5. Численное интегрирование</b>	3	-	<b>2</b>	-	собеседование	-	ОПК-1 ПК-2
<b>6</b>	<b>Раздел 6. Дифференциальные уравнения с начальными условиями</b>		<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		-	
6.1	Тема 6.1. Метод Эйлера.	3	2	2	2	Контрольная работа 2 ч	-	ОПК-1 ПК-2
6.2	Тема 6.2. Метод Рунге-Кутта	3	-	2	-	-	-	ОПК-1 ПК-2
<b>7</b>	<b>Раздел 7. Решение дифференциальных уравнений с граничными условиями</b>	3	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		-	
7.1.	Тема 7.1. Конечно-разностный метод		-	2	2	Собеседование	-	ОПК-1 ПК-2
7.2.	Тема 7.2. Метод Галёркина.	3	2	2	1		-	ОПК-1 ПК-2
7.3.	Тема 7.3. Метод Рунге.							
7.4.	Тема 7.4. Метод конечных элементов	3	2	-	-	-	-	ОПК-1 ПК-2
<b>8</b>	<b>Раздел 8. Решение дифференциальных уравнений в частных производных</b>	3	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		-	
8.1.	Тема 8.1. Решение уравнения теплопроводности (явная схема). Тема 8.2. Конечно-	3	2	2	2	Контрольная работа 2 ч	-	ОПК-1 ПК-2

8.2.	разностная аппроксимация одномерного уравнения теплопроводности (неявная схема)							
8.3	Тема 8.3.Метод расщепления							ОПК-1 ПК-2
8.4	Тема 8.4. Конечно-разностный метод решения одномерного волнового уравнения с заданными граничными и начальными условиями	3	-	2	-	-	-	
<b>9</b>	<b>Тема 9. Прибл. методы нахождения наименьших значений функций</b>	<b>3</b>	<b>-</b>	<b>2</b>		<b>-</b>	<b>-</b>	ОПК-1 ПК-2
	<b>ОБЩИЙ ИТОГ</b> (в часах)	<b>3</b>	<b>14</b>	<b>30</b>	<b>28</b>		<b>12</b>	
С учётом трудозатрат при подготовке и сдаче зачета						<b>72 часа</b>		

## 4.2. Содержание разделов дисциплины

### Раздел 1. Базовые понятия численных методов

#### Тема 1.1. Необходимые знания из математического анализа из теории погрешностей.

Свойства непрерывных, интегрируемых и дифференцируемых функций. Свойства сходящихся числовых и функциональных рядов. Многочлены Тейлора. Ортогональные ряды.

#### Тема 1.2. Основные понятия в численных методах

Абсолютная погрешность. Относительная погрешность. Погрешности округления. Порядок приближения. Устойчивость относительно начальных данных.

Корректно поставленная задача – существование, единственность и устойчивость относительно начальных условий (входных данных). Смысл базовых понятий: аппроксимация, интерполяция, экстраполяция, невязка. Определение понятий: итерационный процесс, неподвижная точка, шаг итерации.

#### Тема 1.3. Приближённые методы нахождения корней функций (решение нелинейных уравнений)

Метод деления отрезка пополам (метод бисекции или метод Больцано). Метод хорд (метод секущих). Метод касательных. Метод Ньютона.

### Раздел 2. Решение линейных систем алгебраических уравнений

#### Тема 2.1. Метод Гаусса с выбором главного элемента.

Алгоритм построения прямого хода. Компьютерный алгоритм обратного хода. Оценка невязки.

#### Тема 2.2. Итерационные методы

Условия применения метода. Метод простых итераций. Точность расчёта

#### Тема 2.3. Метод трёхдиагональной прогонки

Построение (вывод) прогоночных коэффициентов. Вывод формулы для непосредственного вычисления решений системы.

### Раздел 3. Основные задачи теории аппроксимации

#### Тема 3.1. Интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона

Построение интерполяционных многочленов Лагранжа для интерполяции и экстраполяции таблично заданной функции внутри и вне таблицы.

#### Тема 3.2. Интерполяция кубическими сплайнами

Определение кубического интерполяционного сплайна и его применение для интерполирования таблично заданных функции.

#### Тема 3.3. Метод наименьших квадратов

Аппроксимация дискретно заданных функций линейной функцией (линейный тренд), логарифмической функцией, показательной функцией и квадратичной функцией методом наименьших квадратов.

#### Тема 3.4. Аппроксимация многочленами Чебышева

Определение многочлена Чебышева и его основные свойства. Преобразование тригонометрического вида многочленов к алгебраическому виду. Корни, максимальные и минимальные значения многочленов. Ортогональность с весом. Приближение функции многочленами Чебышева.

#### Тема 3.5. Аппроксимация многочленами Фурье (гармонический анализ)

Ряды Фурье. Понятие ортогональности функций. Определение бесконечной системы ортогональных функций на отрезке. Разложение функции в ряд Фурье. Построение коэффициентов Фурье. Доказательство ортогональности тригонометрических систем функций:

$$\left\{ \sin \frac{k\pi x}{l} \right\}_{k=1}^{\infty} \text{ на отрезке } [0; l]; \quad \left\{ \cos \frac{k\pi x}{l} \right\}_{k=0}^{\infty} \text{ на отрезке } [0; l];$$
$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{l}, \sin \frac{k\pi x}{l} \right\}_{k=0}^{\infty} \text{ на отрезке } [-l; l].$$

Разложение интегрируемых функций в тригонометрические ряды Фурье. Разложение чётных и нечётных функций в тригонометрии ряды Фурье. Равномерная сходимость рядов Фурье. Приближение функции многочленом Фурье. Оценка точности. Анализ гармоник.

#### Тема 3.6. Дробно-рациональная аппроксимация

Постановка задачи и качественное описание метода построения аппроксимации. Метод Паде.

### Раздел 4. Численное дифференцирование

#### Тема 4.1. Конечно-разностная аппроксимация производных функций одного аргумента

Построение конечно-разностных аппроксимаций производных первого и второго порядков с помощью многочлена Тейлора. Оценка погрешностей построенных формул.

Численное дифференцирование с помощью кубических сплайнов. Оценка погрешности.

#### Тема 4.2. Конечно-разностная аппроксимация частных производных

Построение конечно-разностных аппроксимаций частных производных первого и второго порядков с помощью многочлена Тейлора. Оценка погрешностей построенных формул.

Метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона. Интегрирование с помощью кубических интерполяционных сплайнов. Оценка погрешностей. Приближённые методы вычисления кратных интегралов.

### Раздел 5. Численное интегрирование

#### Тема 5.1. Метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона

Вывод формул. Оценка погрешностей.

#### Тема 5.2. Кубические сплайны и интегрирование

Алгоритм вычисления. Оценка погрешностей.

### Тема 5.3. Вычисление кратных интегралов

Алгоритм вычисления. Оценка погрешностей.

## **Раздел 6. Дифференциальные уравнения с начальными условиями (задача Коши)**

### Тема 6.1. Метод Эйлера

Вывод формулы Эйлера. Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка с начальным условием. Решение систем дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями. Решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка ( $n > 1$ ) с начальными условиями. Компьютерный алгоритм решения с автоматическим выбором шага.

### Тема 6.2. Метод Рунге-Кутты

Вывод формулы 4-го порядка. Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка с начальным условием. Решение систем дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями. Решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка ( $n > 1$ ) с начальными условиями. Компьютерный алгоритм решения с автоматическим выбором шага.

## **Раздел 7. Решение дифференциальных уравнений с граничными условиями**

### Тема 7.1. Конечно-разностный метод

Построение конечно-разностного уравнения. Построение алгебраической системы с трёхдиагональной матрицей. Построение решения в виде дискретной функции (таблицы).

Построение решения для различных граничных условий: 1-го, 2-го и 3-го рода.

### Тема 7.2. Метод Галёркина

Построение линейной функции  $\varphi_0(x)$  с заданными граничными условиями. Построение системы линейно независимых функций  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^k$  с нулевыми граничными условиями (базисные функции или координатные функции). Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации базисных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Нахождение неизвестных коэффициентов  $\{c_i(x)\}_{i=1}^k$  методом Галёркина.

### Тема 7.3. Метод Ритца

Задачи вариационного исчисления. Построение по заданному уравнению соответствующего функционала. Построение линейной функции  $\varphi_0(x)$  с заданными граничными условиями. Построение системы линейно независимых функций  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^k$  с нулевыми граничными условиями (базисные функции или координатные функции). Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации базисных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Построение системы Ритца для нахождения неизвестных коэффициентов  $\{c_i(x)\}_{i=1}^k$  методом Ритца.

### Тема 7.4. Метод конечных элементов

Система почти ортогональных функций. Определение и построение финитных функций с заданными граничными условиями. Построение производных финитных функций. Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации финитных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Построение алгебраической системы с трёхдиагональной матрицей для нахождения неизвестных коэффициентов  $\{c_i(x)\}_{i=1}^k$ .

## Раздел 8. Решение дифференциальных уравнений в частных производных

### Тема 8.1. Решение уравнения теплопроводности (явная схема)

Выбор шагов интегрирования по каждой переменной. Построение конечно-разностной аппроксимации уравнения теплопроводности. Построение формулы для вычисления значения функции в каждом узле сетки. Вычисление значений искомой функции во всех граничных узлах сетки. Вычисление значений искомой функции во всех узлах сетки на нулевом временном слое. Шаблон явной схемы. Понятие вязкости, устойчивости и неустойчивости схемы. Понятие устойчивости и неустойчивости схемы решения. Условие Куранта-Леви.

### Тема 8.2. Конечно-разностная аппроксимация одномерного уравнения теплопроводности (неявная схема)

Выбор шагов интегрирования по каждой переменной. Построение конечно-разностной аппроксимации уравнения теплопроводности. Шаблон неявной схемы. Вычисление значений искомой функции во всех граничных узлах сетки. Вычисление значений искомой функции во всех узлах сетки на нулевом временном слое.

Построение системы с трёхдиагональной матрицей для вычисления всех значений функции на каждом временном слое сетки.

### Тема 8.3. Метод расщепления

Описание сути метода и алгоритм численного решения для явной схемы и для неявной схемы решения.

### Тема 8.4. Конечно-разностный метод решения одномерного волнового уравнения с заданными граничными и начальными условиями

Выбор шагов интегрирования и построение сетки. Построение конечно-разностной аппроксимации уравнения Пуассона. Шаблон схемы. Вычисление значений искомой функции во всех граничных узлах сетки. Построение итерационного процесса нахождения значений решения во всех узлах построенной сетки.

## Раздел 9. Приближенные методы нахождения наименьших значений функций

### Тема 9.1. Координатный (покоординатный) метод (спуск по координатам)

Начальное приближение. Построение алгоритма итерационного процесса. Оценка относительной погрешности.

### Тема 9.2. Градиентный метод (метод наискорейшего спуска)

Начальное приближение. Построение алгоритма итерационного процесса. Оценка относительной погрешности.

### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

№ п/п	№ темы	Тематика занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1	1.1	Необходимые знания из математического анализа	Теоретический материал	ОПК-1 ПК-2
2	1.2	Основные понятия в численных методах	Теоретический материал	ОПК-1 ПК-2
3	1.3	Приближённые методы нахождения корней функций	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
4	2.3	Трёхдиагональная прогонка	Самостоятельная	ОПК-1, ПК-2
5	3.3	Метод наименьших квадратов	Самостоятельная	ОПК-1, ПК-2

6	3.5.	Аппроксимация многочленами Фурье	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
7	4.1, 5.1	Приближённое дифференцирование. и интегрирование	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
8	6.1	Метод Эйлера для решения дифференциальных уравнений и с-м	Самостоятельная	ОПК-1 ПК-2
9	7.1	Конечно-разностный метод решения дифференциальных уравнений с граничными условиями	Самостоятельная	ОПК-1 ПК-2
10	7.2	Решение дифференциальных уравнений с заданными граничными условиями метод Галёркина	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
11	7.3	Решение дифференциальных уравнений с заданными крайними условиями метод Ритца	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
12	7.4.	Метод конечных элементов	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
13	8.1-8.2	Решение уравнения теплопроводности Явная и неявная схемы	Самостоятельная	ОПК-1 ПК-2
14	8.4.	Решение уравнения Лапласа и Пуассона с граничными условиями Дирихле	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2
15	9.1-9.2	Нахождение наименьших значений функций координатным и градиентным методами	Практическая работа	ОПК-1 ПК-2

## **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **5.1. Текущий контроль**

Текущий контроль осуществляется в ходе изучения каждой темы и по окончании каждого раздела. Система, сроки и виды контроля доводятся до сведения каждого студента в начале занятий по дисциплине. В рамках текущего контроля оцениваются следующие виды работы студента:

- работа у доски;
- ответы на поставленные преподавателем вопросы;
- умение самого студента задавать вопросы;
- систематическая самостоятельная домашняя работа по математике;
- результаты выполнения аудиторных самостоятельных работ;
- знание математических формул и определений фундаментальных математических понятий в рамках соответствующих разделов «Численных методов».

Формами текущего контроля являются:

- экспресс-опрос в виде «летучки» (проводится после каждой лекции во вступительной части практического занятия);
- проверка выполнения домашних заданий;
- письменное тестирование;

–самостоятельная работа в аудитории.

Текущий контроль проводится в период аудиторной работы студентов в установленные сроки по расписанию.

**а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля**

**Тема: 2.3. Решение системы методом трёхдиагональной прогонки (с проверкой)**

$$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ -x_2 - 1x_3 + 1x_4 = 0; \\ x_3 + 1x_4 - 1x_5 = 1 \\ x_4 - 2x_5 = -5 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 + 1x_4 = 0; \\ x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_4 - x_5 = -1 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -4 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 7 ; \\ x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_4 - x_5 = 1 \end{array} \right.$$
  

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \\ x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = 9 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -5 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 ; \\ 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_4 - x_5 = 4 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 ; \\ x_3 - 2x_4 + x_5 = 1 \\ x_4 - 2x_5 = -5 \end{array} \right.$$

**Тема: 2.3. Аппроксимация табличной функции по методу наименьших квадратов. (построение линейного тренда)**

*Таблица 1*

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	1.1	1.5	1.7	1.8	2.	2.3

*Таблица 2*

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	2.1	1.3	0.7	1.9	2.	1.8

*Таблица 3*

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	3.1	2.5	1.7	2.8	2.1	2.3

*Таблица 4*

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	4.1	4.5	3.7	3.8	2.9	2.7

*Таблица 5*

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	5.1	5.3	4.9	4.8	5.2	5.0

Таблица 6

X	1	1.5	2.0	2.5	3	3.5
Y	6.1	6.3	5.7	6.8	6.2	6.0

### Тема 6.1. Решение дифференциальных уравнений методом Эйлера

Задание №1. Решите уравнение 1-го порядка (3 шага)

1.  $y' = y^2 + \frac{x}{y}, y(2) = 4, h = 0,01.$  2.  $y' = y^2 + 2x^2, y(0) = 1, h = 0,1.$

3.  $y' = y^2 + x^2, y(1) = 1, h = 0,1.$  4.  $y' = y^2 + x + 1, y(0) = 1, h = 0,1.$

5.  $y' = y^2 \cdot x, y(0) = 2, h = 0,2.$  6.  $y' = y^2 + 5x, y(2) = 1, h = 0,02.$

Задание №2 Решите систему (3 шага). Для всех вариантов  $h=0,1$ .

1.  $y_1' = 2y_1 + 8y_2, y_1(0) = 2,$  2.  $y_1' = 8y_1 - 3y_2, y_1(0) = 2,$

$y_2' = y_1 + 4y_2, y_2(0) = 4.$   $y_2' = 2y_1 + y_2, y_2(0) = \frac{1}{3}.$

3.  $y_1' = \frac{y_2 - y_1}{x}, y_1(1) = 1,$  4.  $y_1' = 5y_1 - y_2, y_1(0) = 1,$

$y_2' = \frac{y_2 + y_1}{x}, y_2(1) = 1.$   $y_2' = 2y_1 + 7y_2, y_2(0) = 1.$

Задание №3. Решите дифференциальное уравнение 2-го порядка с помощью преобразования уравнения в систему. Сделать три шага с  $h=0,1$ .

1.  $y'' = \frac{3}{2}y^2, y(-2) = 1, y'(-2) = -1.$

2.  $y'' = y' + 2(1-x), y(0) = 1, y'(0) = 1.$

3.  $y'' = \frac{2(y')^2}{y-1}y^2, y(1) = 1, y'(1) = -1.$

### 7.1. Решение дифференциальных уравнений с граничными условиями

Запишите конечно-разностную систему уравнений для заданного дифференциального уравнения

1.  $y'' + \frac{2}{x-2}y' - (x-2)y = 1, y(0) = 0,5, y(1) = -1, h = 0,2.$

2.  $y'' + xy' - x^2y = 3x, y(1) = 0, y(2) = 2, h = 0,2.$

3.  $y'' - y' + xy = x^2, y(0) = 2, y(1) = 4, h = 0,2.$

**8.1-8.2 Решение уравнение теплопроводности по явной схеме и по неявной схеме (сделать один шаг).**

1.  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x + t, h_x = 0.2, h_t = 0,02,$  начальное условие:  $u(x, 0) = 2x,$

граничные условия:  $u(1, t) = 2 + t, u(2, t) = 8 + t.$

2.  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x - t, h_x = 0.2, h_t = 0,02,$  начальное условие:  $u(x, 0) = x^2,$

граничные условия:  $u(x, 0) = 2x, u(0, t) = 1 + t, u(1, t) = 4 + t.$

#### **б) Примерная тематика рефератов, эссе, докладов**

Вклад российских учёных в становление и развитие численных методов.

#### **5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы**

Студентам необходимо пользоваться литературой по указанной дисциплине.

#### **5.3. Промежуточный контроль: зачет**

Зачет проходит в устной форме на английском языке. Обучающемуся предлагается наиболее полно ответить на два, случайным образом выбранных вопроса и решить задачу.

#### **Перечень вопросов к зачету**

1. Относительная и абсолютная погрешности. Погрешность метода, вычислительная погрешность.
2. Определение понятий: интерполирование, экстраполирование, аппроксимация функций, аппроксимационный многочлен. Определение итерационного процесса.
3. Простейшие методы приближённого нахождения корней функции (корней уравнений): метод бисекции, метод хорд (секущих), метод касательных.
4. Решение линейных алгебраических неоднородных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента. Компьютерный алгоритм.
5. Решение линейных алгебраических неоднородных уравнений с трёхдиагональной матрицей методом прогонки. Вывод прогоночных коэффициентов. Условие применимости метода.
6. Решение линейных алгебраических неоднородных уравнений методом простых итераций.
7. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа и область его применения.
8. Построение кубического интерполяционного сплайна. Дифференцирование и интегрирование функций с помощью, кубических сплайнов.

9. Простейшие методы численного интегрирования в конечных областях: метод прямоугольников, метод трапеций и метод Симпсона.
10. Решение дифференциального уравнения первого порядка с начальными условиями (задача Коши) методом Эйлера. Вывод формулы Эйлера. Компьютерный алгоритм.
11. Решение линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями методом Эйлера. Компьютерный алгоритм.
12. Решение дифференциального уравнения 2-го порядка с начальными условиями методом Эйлера с помощью преобразования уравнения в линейную систему диф. уравнений первого порядка.
13. Решение дифференциального уравнения первого порядка с начальными условиями методом Рунге-Кутта 4-го порядка. Вывод формулы Рунге-Кутта 4-го.
14. Решение линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями методом Рунге-Кутта 4-го порядка. Компьютерный алгоритм.
15. Конечно-разностная аппроксимация производных первого и второго порядков. Вывод формул правосторонней, левосторонней и центральных аппроксимаций с помощью многочлена Тейлора. Оценка погрешностей полученных формул.
16. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с заданными граничными условиями 1-го, 2-го или 3-го рода методом конечных разностей.
17. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с заданными граничными условиями 1-го рода методом Галёркина. Построение линейной функции  $\varphi_0(x)$  с заданными граничными условиями. Построение системы линейно независимых функций  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^k$  с нулевыми граничными условиями (базисные функции или координатные функции). Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации базисных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Алгоритм нахождения неизвестных коэффициентов  $\{c_i(x)\}_{i=1}^k$  в методе Галёркина.
18. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с заданными граничными условиями 1-го рода методом Ритца. Построение линейной функции  $\varphi_0(x)$  с заданными граничными условиями. Построение системы линейно независимых функций  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^k$  с нулевыми граничными условиями (базисные функции или координатные функции). Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации базисных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Построение соответствующего функционала. Построение системы для нахождения. Построение линейной функции  $\varphi_0(x)$  с заданными граничными условиями. Построение системы линейно независимых функций  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^k$  с нулевыми граничными условиями (базисные функции или координатные функции). Представление неизвестного решения в виде линейной комбинации базисных функций  $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^k c_i \varphi_i(x)$ . Нахождение неизвестных  $\{c_i(x)\}_{i=1}^k$  в методе Ритца.
19. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с заданными граничными условиями 1-го рода методом МКЭ.
20. Конечно-разностная аппроксимация одномерного уравнения теплопроводности (явная схема) с начальным условием и граничными условиями.
21. Конечно-разностная аппроксимация одномерного уравнения теплопроводности (неявная схема) с заданным начальным и граничными условиями. матрицей для вычисления всех значений функции на каждом временном слое сетки.
22. Метод расщепления для решения двумерного уравнения теплопроводности с заданным начальным и граничными условиями. Описание сути метода и алгоритм численного решения для явной схемы и для неявной схемы решения).
23. Конечно-разностный метод решения одномерного волнового уравнения с заданными граничными и начальными условиями

24. Покоординатный метод. Начальное приближение. Построение алгоритма итерационного процесса. Оценка относительной погрешности.
25. Градиентный метод. Начальное приближение. Построение алгоритма итерационного процесса. Оценка относительной погрешности.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература:

1. Численные методы. Зализняк В.Е.–М.: Издательство Юрайт, 2015.–356 с. <https://biblio-online.ru/book/chislennye-metody-osnovy-nauchnyh-vychisleniy-389554>

### б) дополнительная литература:

1. Беликова Г.И., Витковская Л.В. Русско-английский словарь математических терминов. — СПб.: РГГМУ, 2016. — 56 с. [http://elib.rshu.ru/files\\_books/pdf/rid\\_8debfd71af4e4c2f8f9b1f2da61bfa78.pdf](http://elib.rshu.ru/files_books/pdf/rid_8debfd71af4e4c2f8f9b1f2da61bfa78.pdf)
2. Балужева А.С. Простейшие численные решения задач в гидрометеорологии. Л.: изд. ЛГМИ, 1975. - Режим доступа: [http://elib.rshu.ru/files\\_books/pdf/img-428161755.pdf](http://elib.rshu.ru/files_books/pdf/img-428161755.pdf)
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - СПб, Изд. «Лань», 1973
4. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Высшая школа, 2006.

### в) Интернет-ресурсы:

Электронный ресурс МатБюро, изучаем численные методы. Режим доступа: [https://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=dr](https://www.matburo.ru/st_subject.php?p=dr)

### г) программное обеспечение

windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2016 66005155 10.11.2015  
windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2010 49671955 01.02.2012

### д) профессиональные базы данных

не используются

### е) информационные справочные системы:

1. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн. Режим доступа: <http://elib.rshu.ru>
2. Электронно-библиотечная система Юрайт. Режим доступа: <https://biblio-online.ru>

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекции	В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на формулировки различных математических высказываний. Подробно записывать выводы математических формул. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых удобно отмечать возникшие во время лекций вопросы. Систематическое посещение лекций даёт возможность студентам достаточно быстро освоить современный научный стиль речи, принятый в русской математической школе.

Практические занятия	<p>Практическое занятие – это занятие, проводимое под руководством преподавателя в учебной аудитории, направленное на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами самостоятельной работы. В процессе таких занятий вырабатываются практические умения. Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач, решить задачи заданные на дом. Главным содержанием практических занятий является активная работа каждого студента по применению математических понятий, теорем, свойств различных математических объектов. На практическом занятии важно освоить технику решения типовых задач в каждом рассмотренном разделе математики. Кроме того важно понять связь между теоретическим материалом и соответствующими практическими задачами. Для закрепления навыков дома решаются задачи, заданные преподавателем по пройденной теме. Для ведения записей на практических занятиях обычно заводят отдельную тетрадь. Для закрепления полученных практических навыков после изучения темы в аудитории проводится самостоятельная работа (контрольная работа на один час). Результаты проверки сообщаются студентам. Все допущенные студентами ошибки преподаватель анализирует на практическом занятии. Если студент получает неудовлетворительную оценку, он имеет право написать аналогичную самостоятельную работу ещё раз. На практических занятиях быстрее и лучше усваивается информация, полученная на лекциях. С помощью преподавателя происходит более глубокий анализ теоретического материала.</p>
Внеаудиторная работа	<p>Внеаудиторная работа по математике организуется студентом самостоятельно. Такая работа может включать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельное изучение различных разделов «Численных методов»;</li> <li>- освоение на компьютере соответствующих пакетов математических программ. Например, MathCad, MATLAB.</li> </ul>

**8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Темы 1 - 9	<p><u>информационные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты</li> <li>2. проведение компьютерного тестирования</li> <li>3. использование баз данных</li> </ol> <p><u>образовательные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. интерактивное взаимодействие педагога и студента</li> <li>2. сочетание индивидуального и коллективного обучения</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пакет <b>MathCad, MathLAB</b>, Microsoft Excel.</li> <li>2. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн <a href="http://elib.rshu.ru">http://elib.rshu.ru</a></li> <li>3. Сервер дистанционного обучения РГТМУ MOODL <a href="http://moodle.rshu.ru">http://moodle.rshu.ru</a></li> <li>4. Использование архивов, размещенных в Интернете: <a href="http://www.fier867.0fees.net/iram/div.html">http://www.fier867.0fees.net/iram/div.html</a></li> </ol>

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, библиотекой РГГМУ.

1. **Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, большими досками.
2. **Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, досками, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации
3. **Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
4. **Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
5. **Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации

## **10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.