

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа дисциплины
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования по направлению подготовки / специальности

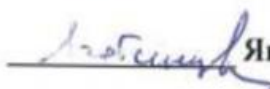
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль)
Прикладные информационные системы и технологии

Уровень:
Бакалавриат

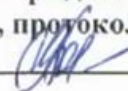
Форма обучения
Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП

 Яготинцева Н.В.

Председатель УМС
 И.И. Палкин

Рекомендована решением
Учебно-методического совета РГГМУ
"19" мая 2021 г., протокол №8

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
"05" мая 2021 г., протокол №10
Зав. кафедрой  Зайцева И.В.

Автор-разработчик
 Фадеев С.Н.

Санкт-Петербург 2021

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – приобретение студентом комплекса знаний в области теории вероятностей и математической статистики, позволяющего эффективно изучать дисциплины, предусмотренные образовательной программой по направлению подготовки 09.03.03 – «Прикладная информатика», и использующие математические методы и факты; формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его специализации и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда; обучение студентов строгому логическому мышлению при анализе ситуаций, возникающих в реальных задачах управления и планирования в сфере бизнеса.

Задачи:

- приобретение студентом базовых знаний в области теории вероятностей и математической статистики, необходимых для решения профессиональных задач.
- приобретение студентами навыков обработки данных, требуемых для решения задач вероятностного моделирования реальных социально-экономических процессов;
- формирование навыков поиска информации для решения задач экономической интерпретации вероятностного механизма генезиса анализируемых социально-экономических данных.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина Б1.О.04 «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной базовой части блока 1.

При изложении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются знания, полученные обучаемыми по дисциплине «Математический анализ», «Линейная алгебра».

3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:ОПК-4.1

Таблица 1.

Общепрофессиональные компетенции

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции	Результаты обучения
ОПК-4. Способен использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений.	ОПК-4.1. Использует математические модели и методы обработки данных.	<i>Знать:</i> основные принципы и понятия теории вероятностей и математической статистики необходимые для решения профессиональных задач; <i>Уметь:</i> применять базовые знания дисциплины при построении релевантных математических моделей и при обработке и анализе данных; <i>Владеть:</i> навыками

		применения базовых знаний и методов вероятностного и статистического характера при решении задач, связанных с обработкой и анализом информации, необходимой для принятия управленческих решений.
--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часа.

Таблица 2.

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

Объём дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем дисциплины	108	108	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	42	28	12
в том числе:	-	-	-
лекции	14	14	8
занятия семинарского типа:			
практические занятия	28	14	4
лабораторные занятия			
Самостоятельная работа (далее – СРС) – всего:	66	80	96
в том числе:	-	-	-
курсовая работа			
контрольная работа			
подготовка к экзамену	36	36	36
Вид промежуточной аттестации	экзамен	экзамен	экзамен

4.2. Структура дисциплины

Таблица 3.

Структура дисциплины для очной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
1	Основные понятия теории вероятностей.	4	2	6	6	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
2	Случайные величины	4	4	6	6	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
3	Математическая статистика и её основные задачи.	4	4	6	6	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
4	Проверка статистических гипотез.	4	2	4	6	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
5	Регрессионный и корреляционный анализ.	4	2	6	6	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
6	Подготовка к экзамену				36		ОПК-4	ОПК-4.1
	ИТОГО	-	14	28	66	Экзамен	-	-

Таблица 4.

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
1	Основные понятия теории вероятностей	4	2	2	8	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
2	Случайные величины	4	4	4	10	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
3	Математическая статистика и её основные задачи	4	4	4	10	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
4	Проверка статистических гипотез	4	2	2	8	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
5	Регрессионный и корреляционный анализ.	4	2	2	8	Расчётное задание	ОПК-4	ОПК-4.1
6	Подготовка к экзамену				36		ОПК-4	ОПК-4.1
	ИТОГО	-	14	14	80	Экзамен -	-	-

Таблица 5.

Структура дисциплины для заочной формы обучения

№	Раздел / тема дисциплины	Год	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практические занятия	СРС			
1	Основные понятия теории вероятностей.	3	2	2	18	Фронтальный опрос	ОПК-4	ОПК-4.1
2	Случайные величины. Математическая статистика и её основные задачи.	3	4	0	18	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
3	Проверка статистических гипотез/ Регрессионный и корреляционный анализ.	3	2	2	24	Контрольная работа	ОПК-4	ОПК-4.1
4	Подготовка к экзамену				36		ОПК-4	ОПК-4.1
	ИТОГО	-	8	4	96	Экзамен	-	-

4.3. Содержание разделов/тем дисциплины*Основные понятия теории вероятностей*

Предмет теории вероятностей и ее роль в естествознании. Выдающийся вклад отечественных ученых в обоснование и развитие теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями. Вероятность событий и способы ее определения.

Алгебра событий. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Правило сложения вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности и теорема гипотез (Байеса).

Независимые испытания. Схема испытаний Бернулли, формула Бернулли.

Случайные величины.

Случайные величины, определение и примеры случайных величин. Функция распределения, её свойства. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства. Понятие о биномиальном законе распределения и распределении Пуассона.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и её свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства. Понятие о начальных и центральных моментах. Функции случайных величин.

Нормальный закон распределения, его роль и место в теории вероятностей. Равномерный и показательный (экспоненциальный) законы распределения. Понятие о распределениях хи-квадрат и Стюдента.

Системы случайных величин (случайные векторы). Дискретные и непрерывные системы случайных величин. Законы распределения системы. Свойства законов распределения. Независимость случайных величин. Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, их свойства. Условные законы распределения. Условное математическое ожидание. Функция регрессии

Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме. Теорема Муавра-Лапласа

Математическая статистика и её основные задачи.

Предмет, задачи и основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Вариационный ряд и выборочная функция распределения. Группированная выборка, гистограмма. Состоятельные и несмещенные оценки параметров распределений.

Точечное и интервальное оценивание

Оценивание параметров закона распределения. Общие требования к оценкам. Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии. Метод моментов. Оценивание числовых характеристик системы двух случайных величин.

Доверительный интервал и доверительная вероятность. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины.

Проверка статистических гипотез

Проверка статистических гипотез, примеры. Общая схема проверки гипотез. Критическая область, уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии Колмогорова и Пирсона.

Регрессионный и корреляционный анализ.

Задача регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов. Построение доверительных интервалов для коэффициентов и значений функции регрессии.

4.4. Содержание занятий семинарского типа

Таблица 6.

Содержание практических занятий для очной формы обучения

№ темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов	В том числе часов практической подготовки
1	Классическая и геометрическая вероятности, операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей.	2	0
1	Формула полной вероятности и теорема Байеса, схема Бернулли.	2	0
1	Контрольная работа	2	0
2	Дискретные случайные величины, непрерывные случайные величины, законы распределения	2	0
2	Моменты случайных величин; системы случайных величин	2	0
2	Предельные теоремы теории вероятностей	2	0
3	Оценивание параметров закона распределения.	2	0
3	Контрольная работа	2	0
4	Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, доверительный интервал и доверительная вероятность.	2	0
5	Критическая область, уровень значимости, ошибки первого и второго рода, гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин.	2	0
5	Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии Пирсона и	2	0

	Колмогорова.		
6	Задача регрессии. Выборочный коэффициент корреляции.	2	0
6	Оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов	2	0
6	Построение доверительных интервалов для коэффициентов и значений функции регрессии.	2	0

Таблица 7.

Содержание практических занятий для очно-заочной формы обучения

№ темы дисциплины	Тематика практических занятий	Всего часов	В том числе часов практической подготовки
1	Классическая и геометрическая вероятности, операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и теорема Байеса, схема Бернулли	2	0
2	Дискретные случайные величины, непрерывные случайные величины, законы распределения и моменты случайных величин	2	0
2	Контрольная работа	2	0
3	Оценивание параметров закона распределения.	2	0
4	Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, доверительный интервал и доверительная вероятность.	2	0
5	Критическая область, уровень значимости, ошибки первого и второго рода, гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин, проверка гипотез о виде закона распределения.	2	0
6	Задача регрессии, оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов	2	0

Таблица 8.

Содержание практических занятий для заочной формы обучения

№ темы	Тематика практических занятий	Всего	В том числе
---------------	--------------------------------------	--------------	--------------------

дисциплины		часов	часов практической подготовки
1	Классическая и геометрическая вероятности, операции над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности и теорема Байеса, схема Бернулли	2	0
3	Критическая область, уровень значимости, ошибки первого и второго рода, гипотезы о равенстве математических ожиданий, проверка гипотез о виде закона распределения, регрессионный и корреляционный анализ	2	0

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические и учебные материалы необходимые для самостоятельной работы могут быть найдены на электронном ресурсе <https://cloud.rshu.ru/>

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля - 60
- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий – 10;
- максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации - 30;

6.1. Текущий контроль

Примеры задач для фронтального опроса

- 1) При бросании двух игральных костей выигрышной комбинацией считается выпадение нечетного числа очков, причем сумма их должна быть не меньше семи, или выпадение двух шестерок. Найти вероятность выигрыша.
- 2) Среди 100 лотерейных билетов 10 выигрышных. Найти вероятность того, что из пяти купленных билетов один будет выигрышным ровно один, хотя бы один.
- 3) При бросании двух игральных костей выигрышной комбинацией считается выпадение нечетного числа очков, причем сумма их должна быть не меньше семи, или выпадение двух шестерок. Найти вероятность выигрыша.
- 4) Из 30 студентов 10 имеют спортивные разряды. Какова вероятность того, что выбранные наудачу 3 студента — разрядники? Хотя бы один из трех разрядник?
- 5) Из колоды карт в 32 листа вынимают две карты. Найти вероятность того, что карты будут одной масти.
- 6) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.6. Какова вероятность шести попаданий при десяти выстрелах. Найти математическое ожидание и дисперсию числа попаданий.

а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Контрольная работа №1

Основные понятия теории вероятностей

ВАРИАНТ № 1

1) На складе имеется 10 кинескопов, 6 из них изготовлены заводом N. Найти вероятность того, что среди 4-х наудачу взятых кинескопов окажется не менее трёх, изготовленных заводом N.

2) По мишени производят три выстрела. Вероятности попадания в мишень при каждом выстреле соответственно равны 0,8; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что в мишени будет ровно одна пробоина.

3) На двух станках обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,05, для станка № 2 – 0,06. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое меньше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет с дефектом.

4) В условиях задачи 3) извлеченная деталь оказалась с дефектом. Найти вероятность того, что деталь обработана на втором станке.

5) В среднем 5% станков нуждаются в регулировке. Какова вероятность того, что из семи станков один нуждается в регулировке?

ВАРИАНТ № 2

1) Из десяти билетов пять выигрышных. Приобретается четыре билета. Какова вероятность того, что все приобретенные билеты выигрышные?

2) При включении стартера двигатель начинает работать с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что для ввода двигателя в работу придется включать зажигание больше двух раз.

3) Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов в отношении 3:7. При этом первый цех дает 4% брака, а второй – 3%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка содержит дефект.

4) В условиях задачи 3) оказалось, что болванка содержит дефект. Найти вероятность того, что болванка отлита во втором цехе.

5) Какова вероятность шесть раз попасть в цель, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6 и производится 12 независимых выстрелов? Найти наивероятнейшее число попаданий.

Контрольная работа №2

Случайные величины

ВАРИАНТ №1

1) Случайная величина X распределена равномерно с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 12. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал $[3, 9)$.

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0.5e^{-0.5t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал $[0, 2)$.

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал $[0, 5)$.

4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех выдает за смену $n=1000$ изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.

ВАРИАНТ №2

1. Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -4, \\ \text{Const}, & -4 \leq x < 4 \\ 0, & x \geq 4. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал $[-5, 2)$.

2. Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \mu e^{-\mu t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

3. Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины X от проектной по абсолютной величине меньше 0.6 мм. Считая, что X распределена по нормальному закону с дисперсией 0.25 мм^2 , найти процент годных деталей среди изготовленных.

4. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и с дисперсией 2.25 мм^2 . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5. Цех производит шарики для подшипников. За смену производится $n=10000$ шариков. Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.

Варианты расчетных заданий

Расчётное задание №1: Математическая статистика и её основные задачи.

Дана выборка значений случайной величины:

{4,91; 3,66; 4,00; 4,69; 3,69; 3,11; 4,05; 4,51; 3,54; 4,21; 3,47; 4,23; 3,99; 3,08; 4,83; 4,88; 3,94; 4,35; 3,86} и ее функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

(равномерный закон распределения).

Задание:

- 1) Используя метод моментов, найти оценки параметров a и b .
- 2) Построить оценки функции распределения и плотности вероятности.
- 3) Построить выборочную функцию распределения и сравнить ее с оценкой, полученной при помощи метода моментов.

Примечание. В каждом из вариантов задания используется один из шести видов закона распределения (равномерный, нормальный, показательный, прямоугольного треугольника, Симпсона, Лапласа).

Расчётное задание № 2: «Проверка статистических гипотез»

Дана группированная выборка. Все интервалы имеют одинаковую длину $h = 0,4$ и

начинаются с точки $x = 6,4$. В каждый интервал попали следующие количества наблюдений:

6, 5, 12, 16, 22, 29, 37, 43, 48, 39, 19, 19, 8, 6.

Задание:

- 1) По заданной группированной выборке найти оценки математического ожидания и дисперсии. Построить гистограмму и график оценочной функции плотности вероятности.
- 2) Рассчитать критерий Пирсона. По таблицам найти критическое значение критерия Пирсона для заданного уровня значимости. Проверить гипотезу о том, что выборка извлечена из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону.

Расчётное задание № 3:: «Регрессионный и корреляционный анализ»

Дана таблица экспериментальных данных исследования зависимости x от y :

x	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
y	14, 68	16, 46	17, 32	18, 04	19, 01	19, 71	20, 51	22, 08	22, 68	24, 01	24, 52

Задание:

- 1) Используя метод наименьших квадратов, найти оценки коэффициентов и функции линейной регрессии: $y = ax + b$.
- 2) Построить доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии (при доверительной вероятности 0,95).

Контрольная работа №1 для студентов заочной формы обучения

ВАРИАНТ №1

- 1) В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 400 изделий первого завода, 400 изделий второго завода, 200 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и третьего заводов составляют соответственно 0.025, 0.05 и 0.1. Найти вероятность того, что изделие, взятое наугад из партии, не является дефектным.
- 2) В условиях задачи 3 из партии изделий выбирается наугад одно изделие. Оказалось, что оно не является дефектным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено на втором заводе.
- 3) В крупной партии электрических лампочек 20% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятности того, не бракованными окажутся ровно четыре, не менее четырех.
- 4) Вероятность появления события A в некотором испытании равна $4/5$. Проводится восемь независимых испытаний. Случайная величина X – число появлений A . Найти вероятность того, что X примет значение не меньшее, чем ее математическое ожидание.
- 5) Случайная величина X распределена равномерно с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 12. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал $[3, 9)$.

ВАРИАНТ №2

- 1) В партии изделий 60 % процентов изделий 1-го завода, 30% изделий 2-го завода и 10% изделий третьего завода. Вероятности брака составляют: 0.05 - для первого завода, 0.1 – для второго и 0.2 для третьего завода. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие не является бракованным.

- 2) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено 3-им заводом.
- 3) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.8. Производится пять выстрелов. Найти вероятности а) четырех попаданий, б) хотя бы одного попадания.
- 4) Проводится 100 независимых испытаний, в каждом из которых событие А появляется с вероятностью 0.02. Найти вероятность того, что событие А появится ровно два раза, хотя бы два раза. Для вычислений можно использовать распределение Пуассона.
- 5) Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \text{Const}, & 1 \leq x < 5, \\ 0, & x \geq 5. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал [2, 7).

Контрольная работа №2 для студентов заочной формы обучения

ВАРИАНТ №1

- 1) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 5).
- 2) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.
- 3) Цех выдает за смену n=1000 изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.
- 4) Для исследования доходов населения города отобрано 1000 человек. Получено следующее распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	116	196	278	189	147	74

Определить средний месячный доход жителей города и границы в которых с вероятностью 0.99 заключен средний доход.

- 5) В таблице приведены данные: суточная выработка продукции Y (тонны) и величина основных производственных фондов X (млн. руб.) для совокупности 50 однотипных предприятий. Построить уравнение линейной регрессии $y(x)$, $x(y)$.

Величина ОФП, млн. руб.	Средины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						

20 - 24		2	1	0	0	0	
24 - 28		3	6	4	0	0	
28 - 32		0	3	11	7	0	
32 - 36		0	1	2	6	2	
36 - 40		0	0	0	1	1	

ВАРИАНТ №2

1) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины X от проектной по абсолютной величине меньше 0.6 мм. Считая, что X распределена по нормальному закону с дисперсией 0.25 мм^2 , найти процент годных деталей среди изготовленных.

2) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и с дисперсией 2.25 мм^2 . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.

3) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится $n=10000$ шариков. Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и сыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.

4) Для исследования доходов населения города отобрано 1000 человек. Получено следующее распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	90	210	270	182	160	88

Определить средний месячный доход жителей города и границы в которых с вероятностью 0.99 заключен средний доход.

5) В таблице приведены данные: суточная выработка продукции Y (тонны) и величина основных производственных фондов X (млн. руб.) для совокупности 50 однотипных предприятий. Построить уравнение линейной регрессии $y(x)$, $x(y)$.

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны				
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27
	y_i x_i					

16 - 20		2	1	0	0	0
20 - 24		3	6	4	0	0
24 - 28		0	3	11	7	0
28 - 32		0	1	2	6	2
32 - 36		0	0	0	1	1

6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине – **экзамен**.

Форма проведения экзамена с оценкой: **устно по билетам**.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену с оценкой (формируемые компетенции ОПК-2.4)

- 1 Предмет и основные понятия теории вероятностей (случайный эксперимент, пространство элементарных исходов, случайное событие). Примеры.
- 2 Операции над случайными событиями (сложение, умножение). Несовместные события. Достоверное, невозможное, противоположное событие. Примеры.
- 3 Статистическое определение вероятности. Примеры.
- 4 Классическое определение вероятности. Примеры.
- 5 Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
- 6 Аксиомы теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей.
- 7 Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей.
- 8 Полная группа событий. Формула полной вероятности.
- 9 Полная группа событий. Формула Байеса.
- 10 Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
- 11 Случайные величины. Функция распределения и её свойства. Вероятность попадания случайной величины в интервал.
- 12 Дискретная случайная величина, её ряд распределения и функция распределения.
- 13 Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины, их свойства.
- 14 Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
- 15 Дисперсия, среднеквадратическое отклонение случайной величины и их свойства.
- 16 Начальные и центральные моменты случайной величины.
- 17 Биномиальный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия.
- 18 Закон распределения Пуассона, математическое ожидание и дисперсия.
- 19 Равномерный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
- 20 Показательный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.

- 21 Нормальный закон распределения, плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия.
- 22 Нормальный закон распределения. Функция распределения, функция Лапласа и её свойства. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Правило "трёх сигм".
- 23 Системы случайных величин. Функция распределения системы двух случайных величин и её свойства. Независимость случайных величин.
- 24 Двумерная дискретная случайная величина и её матрица распределения. Независимость случайных величин.
- 25 Двумерная непрерывная случайная величина. Двумерная плотность вероятности и её свойства. Независимость случайных величин.
- 26 Условные законы распределения (условный ряд распределения, условная плотность вероятности).
- 27 Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции, их свойства. Зависимость и коррелированность.
- 28 Условное математическое ожидание и функция регрессии.
- 29 Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли.
- 30 Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.
- 31 Математическая статистика и её основные задачи. Выборка. Выборочная функция распределения. Гистограмма.
- 32 Оценка параметра. Общие требования к оценкам (несмещённость, эффективность и состоятельность).
- 33 Выборочные моменты. Метод моментов для оценивания параметров распределения.
- 34 Несмещённая оценка математического ожидания.
- 35 Несмещённая оценка дисперсии.
- 36 Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой случайной величины.
- 37 Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости. Область допустимых значений и критическая область. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
- 38 Проверка гипотезы о виде закона распределения (критерий Пирсона χ^2).

Примеры практических заданий к экзамену (формируемые компетенции ОПК-2.4)

- 1) Из колоды карт в 36 листов вытаскивают две карты. Какова вероятность, что карты одной масти, разных мастей?
- 2) Бросается два игральных кубика. Найти вероятность того что сумма выпавших очков будет меньше 6.
- 3) В партии из 15 деталей пять бракованных. Какова вероятность, что из трех извлеченных деталей одна окажется бракованной?
- 4) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что из двух купленных билетов хотя бы один окажется выигрышным.

5) Ребенок, не умеющий читать, рассыпал карточки, буквы на которых составляют слово «карта», после чего сложил их в случайном порядке. Определить вероятность того, что у него снова получится слово «карта».

6) Функция распределения случайной величины задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{25}, & 0 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

7) Найти вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 6), математическое ожидание, дисперсию.

8) В некотором испытании событие А появляется с вероятностью 1/4. Определить вероятность того, что в пяти испытаниях событие А появится:

- а) ровно два раза;
- б) ровно один раз;
- в) хотя бы один раз.

9) В партии изделий 2% бракованных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий отобранных для контроля ровно 2 бракованных, хотя бы одна бракованная (для вычисления можно использовать распределение Пуассона)

10) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

11) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина) 2 м. и с дисперсией $D=0.25\text{см}^2$. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который случайная величина попадет с вероятностью 0.9973.

12) Рассматривается случайная величина X – число выпадений шестерки при ста бросаниях игрального кубика. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который данная случайная величина попадет с вероятностью 0.95.

6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 9.

Распределение баллов по видам учебной работы для очной формы обучения

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Контрольная работа №1	15
Контрольная работа №2	15
Расчетное задание №1	10
Расчетное задание №2	10
Расчетное задание №3	10
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	100

Распределение баллов по видам учебной работы для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Контрольная работа №1	15
Контрольная работа №2	15
Расчетное задание №1	10
Расчетное задание №2	10
Расчетное задание №3	10
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	100

Распределение баллов по видам учебной работы для заочной формы обучения

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение занятий	5
Фронтальный опрос	5
Контрольная работа №1	30
Контрольная работа №1	30
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	100

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 10.

Балльная шкала итоговой оценки на экзамене

Оценка	Баллы
Отлично	85-100
Хорошо	65-84
Удовлетворительно	40-64
Неудовлетворительно	0-39

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации представлены в Методических рекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», <https://cloud.rshu.ru/>, файл /Distant/ФГМО/Заочное/Курс 3/ЭПЗ-Б-18-1-1/Теория вероятностей-методические_указания.pdf

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2014.
2. Гмурман В.Е. Руководства к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособ/ В.Е. Гмурман.- 1-е изд.,перераб.-М. : Юрайт, 2014.

Дополнительная литература

1. Малугин В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры – Электрон. текстовые данные. – М. : Юрайт, 2018. – 470 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/BE46BF55-72D8-4CA9-BC2B-DE8491F3EFB6/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika#page/1>.
2. Загребяев А.М. Элементы теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов – Электрон. текстовые данные. – М. : Юрайт, 2018. – 159 с. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/293903BB-D076-4656-97A2-1245E39724C0/elementy-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistiki#page/1>.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учебное пособие для ВУЗов. - М.: Высшая школа, 2000.

8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
<http://eqworld.ipmnet.ru> – Мир математических уравнений.
<https://rosstat.gov.ru> – Федеральная служба государственной статистики.

8.3. Перечень программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows
2. Пакет MS Office.

8.4. Перечень информационных справочных систем
1. СПС Консультант Плюс;

8.5. Перечень профессиональных баз данных

1. Электронно-библиотечная система elibrary <https://www.elibrary.ru/>
2. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://lanbook.ru/>
3. Образовательная платформа Юрайт <https://urait.ru/library/vo>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база дисциплины обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам. Для проведения учебных занятий используются лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, оснащенные мультимедийным оборудованием (проекторы, экраны, плазменные панели), обеспечивающие реализацию программы.

10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.